



TITLE:

ダム貯水池群による水量・濁質制御に関するシステム論的研究(  
Dissertation\_全文)

AUTHOR(S):

小尻, 利治

---

CITATION:

小尻, 利治. ダム貯水池群による水量・濁質制御に関するシステム論的研究. 京都大学, 1981, 工学博士

ISSUE DATE:

1981-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r4405>

RIGHT:

新 制
工
50 8
京大 附図

# ダム貯水池群による水量・濁質制御 に関するシステム論的研究

昭和55年10月

小 尻 利 治





# ダム貯水池群による水量・濁質制御 に関するシステム論的研究

昭和55年10月

小 尻 利 治





# 目 次

第1章 序論 .....	1
第2章 水量制御の基本構成 .....	6
第1節 概 説 .....	6
第2節 ダム貯水池群最適操作のDPによる定式化 .....	6
(1) ダム貯水池群最適操作の数学的記述 .....	6
(2) DPによる定式化 .....	8
第3節 評価地点と制御目的 .....	11
(1) 評価地点 .....	11
(2) 制御目的 .....	11
第4節 評価関数 .....	12
(1) 単一評価地点系 .....	12
(2) 複数評価地点系 .....	13
(a) 最適系列の変化特性 .....	13
(b) 評価関数の適合性 .....	15
(c) ピーク流量継続時間の最小化 .....	16
第5節 結 語 .....	17
第3章 制御解導出の近似解法 .....	19
第1節 概 説 .....	19
第2節 目的関数の近似化法 .....	19
第3節 評価関数の近似化法 .....	20
第4節 次元の節減化法 .....	21
(1) ダム群の合成および空間基準 .....	21
(2) 逐次近似法および直列ダムの近似解法 .....	24
第5節 状態量の減少化法 .....	26
第6節 計算例とその考察 .....	27
(1) 単ダム型 (A-1, A-2, A-3) .....	27
(2) 並列型 (P-1, P-2, P-3) .....	29
(3) 直列型 (S-1, S-2) .....	29
第7節 結 語 .....	31



第4章 河道流下機構を考慮した多ダム・多評価地点系の最適操作と分割化基準	32
第1節 概説	32
第2節 多ダム・多評価地点系の分割化基準	32
第3節 サブシステムにおけるダム群最適操作	34
(1) 河道流下機構を含んだダム群操作の定式化	34
(a) DPによる定式化	34
(b) LPによる定式化	36
(2) 計算過程の改良	37
(a) 計算過程における水収支の保持	37
(b) DDDPの適用	38
(c) 河道の状態量を簡略化した近似解法	39
(3) 適用と考察	41
第4節 分解原理によるトータルシステムの最適操作	42
(1) 分解原理によるシステムの分割	43
(2) 非線形評価関数の部分線形化	44
(a) 凸関数	46
(b) 凹関数	47
(3) 部分問題での非線形評価関数	47
第5節 適用と考察	48
(1) トータルシステムでの定式化	48
(2) 淀川流域の分割化指標	53
第6節 結語	53
第5章 低水・濁質制御	55
第1節 概説	55
第2節 低水・濁質制御の目的と評価関数	55
(1) 低水に関する制御目的	55
(2) 濁質に関する制御目的	56
(3) 評価関数	56
第3節 低水・濁質制御の解法	57
(1) スカラー最適化手法	57
(2) ベクトル最適化手法	58
(3) 計算例とその考察	60
第4節 貯水池内の濁質解析を含む定式化	62
(1) 貯水池内濁質解析	62

(2) 固定放流－選択取水 .....	63
(3) 可変放流－選択取水 .....	64
(4) 可変放流－複数取水 .....	65
第5節 適用と考察 .....	66
(1) 適用条件 .....	66
(a) 評価する濁度分布とその解析時刻 .....	67
(b) 可能取水口の位置と取水量 .....	67
(c) Travel Time の同一化 .....	67
(d) 河道流下および合流 .....	67
(2) 適用と考察 .....	67
第6節 結 語 .....	72
第6章 治水時の実時間操作 .....	74
第1節 概 説 .....	74
第2節 治水時のダム操作手順 .....	74
第3節 入力予測システム .....	76
(1) 台風性降雨のシミュレート法 .....	77
(2) 流出解析 .....	79
第4節 ピークカット制御方式 .....	79
第5節 放流量決定システム .....	83
第6節 適用と考察 .....	83
(1) 適用条件 .....	83
(2) 適用と考察 .....	89
第7節 結 語 .....	94
第7章 利水時の実時間操作 .....	96
第1節 概 説 .....	96
第2節 利水時のダム操作手順 .....	96
(1) 実時間操作の概要 .....	96
(2) 制御目的と評価関数 .....	97
第3節 気象観測・処理システム .....	98
(1) 制御期間と降雨量 .....	98
(2) ベイズ論によるパラメータの推定 .....	99
第4節 入力予測システム .....	101
(1) 流量予測 .....	101



(2) 濁質予測 .....	102
(3) カルマン・フィルターの概説 .....	103
第5節 放流量決定システム .....	104
(1) 仮想最終貯水量の決定 .....	104
(2) 最適放流量の決定 .....	107
第6節 適用と考察 .....	107
(1) 気象観測・処理システム .....	108
(2) 入力予測システム .....	109
(3) 放流量決定システム .....	113
第7節 結 語 .....	115
第8章 治水・利水を包含した長期間操作 .....	117
第1節 概 説 .....	117
第2節 制御目的の統合化 .....	117
(1) 制御目的 .....	117
(2) 目的の統合化 .....	118
(3) 長期間操作の定式化 .....	119
第3節 ダム群の長期間操作手順 .....	120
(1) 計算単位の整合性 .....	120
(2) 長期間操作手順 .....	120
第4節 制御期間の分割と結合手法 .....	123
(1) 2ステップDP (2SDP) .....	123
(2) 非線形最適化手法の応用 .....	124
(a) 最急降下法 (SADP) .....	124
(b) 共役方向法 (CADP) .....	125
(3) 近似反復解法 (IMDP) .....	126
(4) 結合手法の比較 .....	127
(a) 計算回数 .....	127
(b) 記憶容量 .....	128
(c) 計算例による比較 .....	129
第5節 適用と考察 .....	131
(1) 適用条件 .....	131
(2) 適用と考察 .....	131
第6節 結 語 .....	134
第9章 結 論 .....	135

## 第1章 序 論

わが国は大部分が急峻な山地で占められ、大陸の諸河川に比べて、降雨から流出あるいは河口までの到達時間は極めて短い。さらに、林相の良さも加わって河川水の濁りは少なく、起伏に富んだ地形と相まって、古来より山紫水明の国といわれてきた。しかし、降雨変動は水源地となるべき上流域面積が小さいゆえに、そのまま流量変動に反映されることが大きく、渇水年には、しばしば水不足に悩まされてきた。とくに、第2次大戦後の近代化は人口の都市集中およびそれに伴う生産、サービス活動拡大によつてはかられ、そのことは同時に発電用水の確保はもとより、冷却・温調用水をはじめとする工業用水や、生活レベルの向上に不可欠な都市用水など各種水需要を増加させるとともにその偏在化をもたらし、水不足が次第に慢性化する状況を生みだしてきた。

また、人口・産業の都市集中・拡大は流域開発という形であらわれ、それに伴う流出場の変化、河道改修の進捗は洪水流量を増大させている。にもかかわらず、高度の土地利用の要請から河道の拡幅や遊水池の設定は困難であり、この増大した洪水流量は河川管理施設による流況調節に頼らざるをえないのが実状である。

こうした傾向は、アメリカをはじめとする世界各国でも同様であり、1950年代後半に入って水資源対策についての多くの議論がなされるようになった。すなわち、Harvard大学の水計画<sup>1)</sup>(1955)を契機として、1965年には国際水文学10年計画<sup>2)</sup>(IHD)、1975年には国際水文計画(IHP)が組織され、多大の成果をあげている。また、水文学の方法論に関しても、1964年にParametric Hydrology Group(PHG)が、ついで、1965年にStochastic Hydrology Group(SHG)なる国際的研究グループが誕生し、水資源の基礎情報となる流出過程の一般的方法を抽出しはじめた。

国内においても、文部省科学研究の特定課題として「水文学」(1967)、「水資源」(1970)が取り上げられ、研究の組織化が進むとともに、日米国際シンポジウム<sup>3)</sup>(1971)、IAHR、IAHSの国際シンポジウム<sup>4),5)</sup>(1972,1975)、水資源に関するシンポジウム<sup>6)</sup>(1977)が開催され、情報交換と研究活動が、鋭意、進められている。

ところで、水供給を確保する方策としては、水資源そのものの増加をはかる方法と、利用率の向上をはかる方法があげられる。前者には、人工降雨、海水の淡水化を含むいくつかの手段が検討されているが、いずれも量的、コスト的に水補給能力があるとはいえず、実用化に到っていない。したがって、現在および将来とも、水の質的、量的性状を変えて利用可能な部分を増加する後者の方法が有力となる。なかでも、回収水の利用、水資源涵養、あるいはダムによる貯留は水資源そのものの増加にも結びついており中心となるであろう。ダム貯水池の必要性は治水でも同様であり、洪水流を一時的に貯留し、出水終了後に放流して下流の防災対象地区のピーク流量を低下させることも重要な役割となる。いわゆる多目的ダムによる水管理がここに登場するのである。ちなみに、建設省の報告書<sup>7)</sup>によっても、今後さらに400個以上のダムが多目的をもたせて計画されている。



ところが、ダムによる貯留をはかるにはダム貯水池の配置・規模計画が不可欠であるが、現実には現象の不確実性もあって、統計資料や意志決定者の経験に依存するところが多く、貯水池機能が十分に発揮されているとはいえない。たとえば、地形・地質条件によりダムの位置・規模が決定され、統計資料により抽出された降雨・流出特性から新規確保水量が算定されている。また、貯水容量も、治水と利水で画一的に区別され、両者の和に死水容量を加えたものが総貯水容量となっている。実操作においても、利水時は既得の必要量だけを放出する実績放流であり、治水時は瞬時の入力だけに反応する一定率・一定量放流などの固定的な操作ルールがほとんどである。異常な入力分布に対しては、貯水池の枯渇や人工洪水の発生する場合すらある。そこで、ダム群を対象とし、そこに入ってくる短期間はもちろん長時間にわたっての入力分布を考慮した最適配置・規模・操作手順の確立が求められている。加えて、ダム完成後の貯水池内では、水温成層による富栄養化や濁質の長期化現象がおり、下流の農業、漁業、上水に新たな社会問題をもたらしつつある。

上述のような貯水池問題を背景に、多くの研究者によって、貯水池機能の評価と最適放流方式に関する研究が進められてきた。すなわち、1883年 Ripple<sup>8)</sup>は既知流入量に対してではあるが、Mass Curve Analysisにより貯水池容量の安全率判定を行い、以後、利水容量の決定手法として広く用いられている。Moran<sup>9)</sup>は待ち行列理論を導入して、放流ルールが与えられている場合の貯水量状態を、流入量の定常性を仮定して遷移確率行列で表わした。Lloyd<sup>10)</sup>や長尾<sup>11)</sup>らは、流入量がマルコフ過程に従う場合の貯水量方程式の解法を目標取水量の信頼性評価として展開した。ただ、これら理論的解法には、流入量あるいは貯水量状態に関する定常性の仮定、および、多ダム系への拡張においては遷移行列の増大化などの問題点がある。

一方、数値シミュレーションによる貯水池操作の最適化も展開され、Hall<sup>12)</sup>や高棹<sup>13)</sup>らはDP(Dynamic Programming)を、ReVelle<sup>14)</sup>はLP(Linear Programming)を導入して最適放流量系列の決定を行った。この方法は既知入力だけでなく確率的分布形状をもつ入力にも対処でき、利水はいうまでもなく、治水操作までの幅広い活用が期待できる。ただし、DPの定式化をそのまま解くには、ダム数の増加とともに計算時間や記憶容量の点で実行可能性が減少する。Hall<sup>15)</sup>やChow<sup>16)</sup>らは状態量を制限して計算能力を高める手法を考え、それぞれIDP(Incremental Dynamic Programming)、DDDP(Differential Dynamic Programming)を提案した。また、竹内<sup>17)</sup>はDPとLPの特徴を生かして、時間ステップはDPで、同一時間内はLPで最適化を行うDCL手法を提案した。確かに、この手法は計算時間の短縮には優れているが、任意時刻の貯水量状態の仮定や評価の仕方が一般的とはいえない。

以上、貯水状態の評価や最適放流量の決定に関する従来の研究を概説したが、研究の内容は大きく次の3つの座標因子によって体系化されよう。すなわち、第1は、入力の確率分布特性をもとにした状態評価、あるいは既知の入力情報に対する計画操作から未知入力に対する実時間操作までを表わす入力因子である。第2は、単一ダムによる基礎的制御系から、複数ダム・複数評価地点系による水系一貫した制御系までを表わすシステム因子である。第3は、高水や低水時の水量だけを対象とした単一目的でのダム操作から、水量はいうにおよばず、各種水質・環境条件を同時に評価する多目的操作までの目的因子である。治水・利水を含む長期的水管理の必要性や生活の量から質への向上が呼ばれる今日、多目的評価の意義は明らか

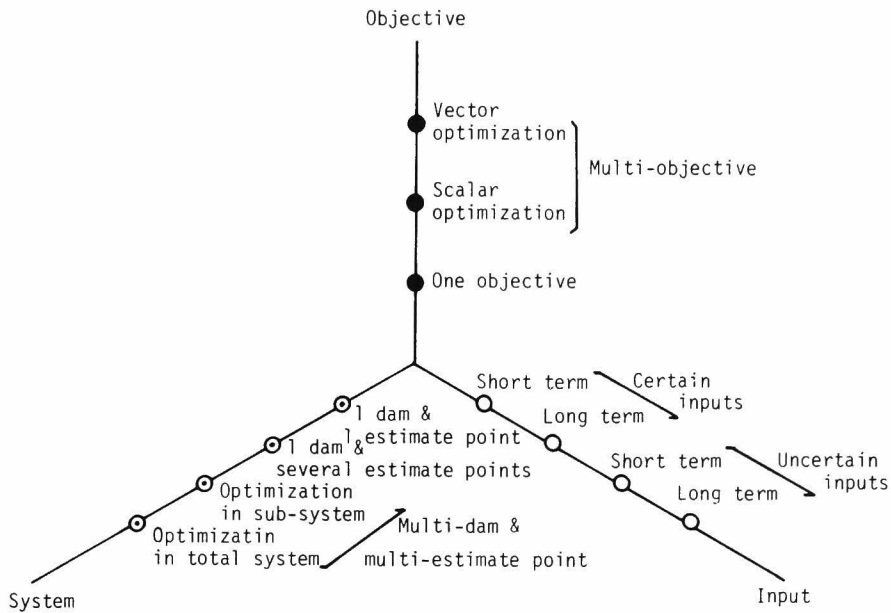


図 1-1 ダム群制御システムの空間的表現。

で、流域開発が及ぼす影響、すなわち貯水池のリクリエーション機能や野生生物の生態への影響など、環境アセスメントの貴重な指標ともなるであろう。上記 3 因子は互いに独立であり、貯水池システムはこれら因子群をもとに図 1-1 のような空間座標で説明される。

こうした問題認識のもとで、著者は洪水時の治水計画はいうまでもなく、利水時の広域水利用計画の基本要素であるダム貯水池問題を取り上げ、多目的かつ大規模なダム群での最適操作方式の確立をはかろうとするものである。とくに、既知入力による計画操作においては、制御システムの構成と最適化に重点を置く。その際、制御目的として、便益の最大化で示す“経済的指標”の他に、評価地点の通過流量と許容流量の比で表わした“物理的指標”を提案し、制御地域の平等化と評価の明確化をはかる。さらに、実時間操作への応用を行い、利水、治水それぞれに適合した入力予測方法と放流量の決定について考察を加え、計画段階から管理段階への展開をはかっている。ただし、異常洪水あるいは異常渇水を対象とした貯水池操作ではなく、そうした事態が可能な限り生起しないような操作ルールの確立に主眼があり、やむを得ず現有施設で生起した場合には他の政策（たとえば避難あるいは時間給水）がとられるので、ここでは取り扱わない。図 1-2 は本論文の構成内容をフローチャートで描いたものであり、最終的には図 1-1 のシステム構成における各座標の最遠点の組み合わせをもつシステムでの、計画・設計・操作問題の最適化をはかろうとするものである。

以下、各章での内容を概述すると、まず、第 2 章では水量を対象としたダム群の制御目的を定義し、DP による定式化と、それを達成する最適評価関数を明らかにする。第 3 章では、計算時の諸問題をとらえ、計算時間の短縮、記憶容量の節減化を行う。第 4 章では、多数のダム群制御システムに対して、非線形評価関数を考慮した分解原理による最適化と、洪水時にとくに顕著な河道流下の非線形性を組み込んだ定式

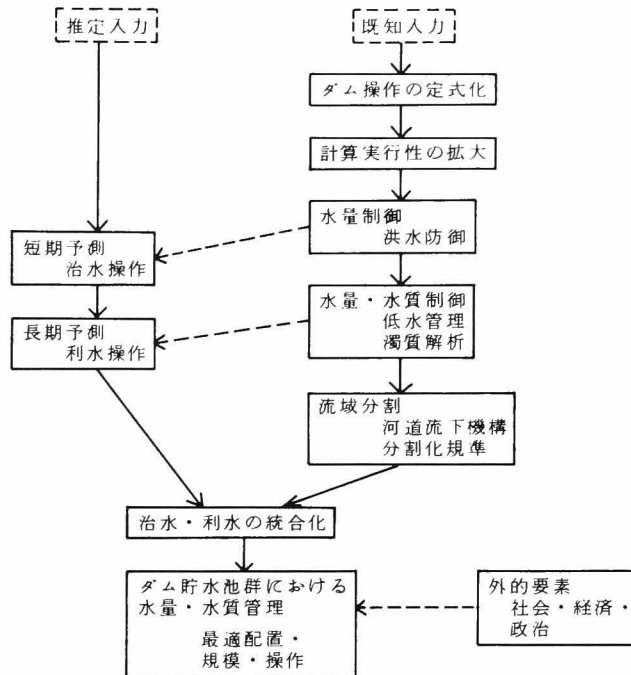


図1-2 ダム群制御システムの構成。

化を行い、制御効果からみたシステムの分割化を述べる。第5章では、水量から水質へと目的の拡大化をはかり、水量（低水）と濁質を対象とした多目的最適操作を考察するとともに、貯水池内の水質（濁度）分布に反応できる取水方法を提案する。第6章では、前章までの既知入力での最適操作をもとに、台風時の降雨予測と、ある確率的な意味での安全率をもつ放流量の決定手順について述べる。第7章では、利水時の実時間操作方法として、低水時の入力予測法を提案し経年的な水供給バランスを考えた放流量の決定を行う。第8章では、治水・利水を包含した長期間操作を考察し、貯水池による水管理の限界をさぐるとともに、必要貯水容量の決定指標を求める。最後に、第9章では総括を行い、本論文の成果と今後の課題をまとめる。

## 参考文献

- 1) Mass, A., Hufschmidf, M.M., Dorfman, D., Thomas, H.A.Jr., Marglin, S.A. and Fair, G.M.: Design of Water System, Harvard Univ. Press, 1962.
- 2) Peterson D.F.: Scientific Hydrology in the World, Proceeding of the First International Seminar for Hydrology Professors, Vol. 1, 1969.
- 3) Proceedings of U.S.-Japan Bi-lateral Seminar in Hydrology, Honolulu, 1971.
- 4) Proceedings of the Second International Symposium in Hydrology, Japan, IAHR, 1972.
- 5) The Hydrological Characteristics of River Basins Symposium, Proceedings of the Tokyo Sim-

- posium, IAHS, No. 117, 1975.
- 6) 水資源に関するシンポジウム組織委員会：水資源に関するシンポジウム前刷集，1977.
  - 7) 建設省河川局：広域利水調査第一次報告書，1971.
  - 8) Ripple, W.: The Capacity of Storage Reservoirs for Water-Supply, Proc. of ICE, Vol. 71, 1883, pp. 270–283.
  - 9) Moran, P.A.P.: A Probability Theory of Dams and Storage Systems, Australian Jour. of Applied Science, Vol. 5, 1954, pp. 116–124.
  - 10) Lloyd, E.H. and Anis, A.A.: Stochastic Reservoir Theory: An Outline of the State of the Art as Understood by Applied Probabilists, IIAA Research Report, 1975.
  - 11) 長尾正志：利水用貯水池の取水機能の信頼性評価に関するマルコフ連鎖理論の応用，土木学会第21回水理講演会論文集，1977，pp. 133–141.
  - 12) Hall, W.A.: Optimum Design of a Multiple-Purpose Reservoir, Jour. of Hydraulics Division, Vol. 90, 1964, pp. 141–149.
  - 13) 高埴琢馬，瀬能邦雄：ダム群による洪水調節に関する研究(I) — DPの利用とその問題点 —，京都大学防災研究所年報，第13号B，1970，pp. 83–103.
  - 14) ReVelle, C., Joeres, E. and Kirby, W.: The Linear Decision Rule in Reservoir Management and Design. 1, Development of the Stochastic Model, Water Resources Research, Vol. 5, No. 4, 1969, pp. 767–777.
  - 15) Hall, W.A., Harboe, R.C., Yeh, W.W.G. and Askew, A.J.: Optimum Firm Power Output from a Two Reservoir System by Incremental Dynamic Programming, Water Resources Center Contribution, No. 130, Univ. of California, 1969.
  - 16) Heidari, M. Chow, V.T., Kototovic, P.V. and Merdith, D.D.: Discrete Differential Dynamic Programming for Approach to Water Resources Systems Optimization, Water Resources Research, Vol. 7, No. 2, 1971, pp. 273–282.
  - 17) 竹内邦良：貯水量の累加損失係数を用いた貯水池群の最適操作手法，土木学会論文報告集，No. 222, 1974, pp. 93–103.

## 第2章 水量制御の基本構成

### 第1節 概 説

ダム貯水池群の最適操作システムの確立にあたっては、まず、最も簡単なシステムの構成を行い、それによって多くの問題点を摘出するとともに、解決すべくモデルの改善をはからなければならない。そこで本章では、制御対象を利水と治水に分け、しかも水量だけの単一目的で、かつ、入力既知というもつとも基本となる最適制御システムを考察する。すなわち、まず、ダム貯水池群の操作にDP理論を導入し、最適制御解の算定方法を明らかにする。ついで、制御目的として、従来より用いられている被害あるいは便益などで示されている経済的指標よりも、むしろ計量化がはっきりしている物理的指標、換言すると、評価基準地点での通過流量と許容流量の比といった指標に基づく制御目的を提案する。さらに、これら制御目的を実現する評価関数を提案し、その合理性を証明する。

### 第2節 ダム貯水池群最適操作のDPによる定式化

#### (1) ダム貯水池群最適操作の数学的記述

ダム貯水池のコンジット・ゲート操作によって、水量・水質調節を行う過程は明らかに制御過程である。この制御過程の最適化にはDP<sup>1)</sup>の利用が極めて有効であり、その定式化に先立って、ダム貯水池群操作の数学的表現について述べておこう<sup>2)</sup>。

一般に制御系にはつぎの4種類の変数が関係している。すなわち、(i) 過程を制御するための操作変数（決定変数）、(ii) 任意の時刻における状態を測定・記述するための変数（状態変数）、(iii) 制御系の動作の質を指示・測定するための変数（合成変数）、および(iv) 制御することのできない環境変数（外乱）である。最適制御の一般的問題は、外乱とパラメータ変動によって生ずる系の動揺に打ち勝って、合成変数をその最適値に保持する方法を見い出すことにある。合成変数は、通常、制御系の動作評価指数（目的関数）を記述するのに用いられるから、結局、最適制御問題は目的関数を最大または最小化することに帰着する。

この最適制御問題を数式で記述すれば、以下のようになる。系の状態ベクトル、制御ベクトル、外乱ベクトルをそれぞれ、 $\mathbf{x}(t)$ 、 $\mathbf{y}(t)$ 、 $\mathbf{z}(t)$ とすると、系の性状を表現する微分方程式

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{G}(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t), \mathbf{z}(t), t) \quad \cdots \cdots (2-1)$$

が成り立つとする。このとき、各時点で制御系に課せられた

$$\mathbf{g}(\mathbf{y}(t), t) \leq 0 \quad \cdots \cdots (2-2)$$

なる拘束条件のもとで、初期状態を

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{c} \quad \cdots \cdots (2-3)$$

として、目的関数



$$J = \int_0^T \mathbf{F}(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t), \mathbf{z}(t), t) dt \quad (0 \leq t \leq T) \quad \dots\dots\dots (2-4)$$

を最大あるいは最小にする制御ベクトル  $\mathbf{y}(t)$  ( $0 \leq t \leq T$ ) を決定する問題であるといえる。ここに、 $\mathbf{F}$  は時点  $t$  での制御系の評価、 $T$  は全制御時間である。

上記のことをダム貯水池群による制御系にあてはめてみよう。系を構成する変数については、(i) の決定変数にあてはまるものは、各ダムの放流流量  $O_n(t)$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ;  $N$  はダムの総数)、(ii) の状態変数にあたるものは、各ダムの貯水量  $S_n(t)$ 、(iii) の合成変数に相当するものは、ダム下流の沿川に設けられた評価地点  $m$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ;  $M$  は評価地点の総数) を通過する流量  $Q_m(t)$ 、(iv) の外乱に相当するのは、各ダムへの流入流量  $I_n(t)$ 、およびダム残流域流量  $q_{h(m)}$  ( $h(m) = 1, 2, \dots, H(m)$ ;  $H(m)$  は評価地点  $m$  においてその上流でダム貯水池を通過せずに合流する残流域流量の総数) である。すると、系の性状を表現する微分方程式は、各ダムにおいて成立する連続式

$$\frac{dS_n(t)}{dt} = I_n(t) - O_n(t) \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad \dots\dots\dots (2-5)$$

である。拘束条件としては、各時点における放流能力の制限

$$O_n(t) \leq g_n(S_n(t)) \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad \dots\dots\dots (2-6)$$

が考えられる。ここに、 $g_n(\cdot)$  はダム  $n$  に固有で、貯水池の安全性および操作性を考慮した貯水量の関数である。このとき、各ダムの初期貯水量 (あるいは最終貯水量) を

$$S_n(0) = S^0 \quad \dots\dots\dots (2-7)$$

として、目的関数 (被害あるいは危険度)

$$J = \int_0^T \mathbf{F}(Q_1(t), Q_2(t), \dots, Q_M(t), t) dt \quad \dots\dots\dots (2-8)$$

を最大あるいは最小とする放流量  $\mathbf{O}(t) = \{O_1(t), O_2(t), \dots, O_N(t)\}$  ( $0 \leq t \leq T$ ) を決定するのがダム貯水池群の最適制御問題となる。

さて、この問題を解くために、上記の変数、関係式を離散的な表現に直すと次のようになる。まず、 $T$  個の有限な制御期間に対して、任意の期間  $t$  ( $t = 1, 2, \dots, T$ ) におけるダム  $n$  への平均流入量、平均放流量をそれぞれ、 $I_n(t)$ 、 $O_n(t)$  とし、期間  $t$  の期末の貯水量を  $S_n(t)$  とする (図 2-1 参照)。すると、式 (2-5) に相当するものとして、階差方程式

$$S_n(t) = S_n(t-1) + I_n(t) - O_n(t) \quad \dots\dots\dots (2-9)$$

が成り立つ。式 (2-6) に相当するものとして

$$0 \leq O_n(t) \leq \min \{S_n(t-1) + I_n(t), V_n, GCA_n\} \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad \dots\dots\dots (2-10)$$

と書ける。ただし、 $V_n$  はダム  $n$  の有効貯水容量、 $GCA_n$  はダム  $n$  の最大可能放流量である。

つぎに目的関数  $J$  の表現であるが、その前に関数  $\mathbf{F}(\cdot)$  の形に関して次のようなマルコフ性を仮定しよう。すなわち、

“ある決定の数つまり  $t$  の後には、 $t$  番目の終りの系の状態、および次の決定にのみ関係する決定過程の残り  $(T-t)$  段からの効果にのみ着目する”、  
ことである。この性質を有する利得（被害）関数の基本形は水系全体の利得の和として、

$$F(Q_1(t), Q_2(t), \dots, Q_M(t), t) \\ = \sum_{m=1}^M D_m\{Q_m(t)\} \quad \dots\dots\dots (2-11)$$

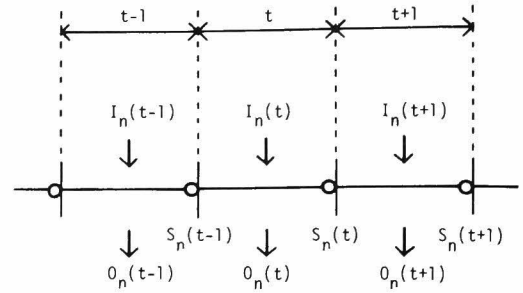


図 2-1 ダム貯水池における入出力および状態量の離散的表現。

があげられる。<sup>3)</sup>ここに、 $D_m\{Q_m(t)\}$  は評価地点  $m$  ( $m=1, 2, \dots, M$ ) に付与する評価関数で、期間  $t$  での制御によって、地点  $m$  を通過する流量がもたらす被害、便益あるいは危険度を表わす指標と考える。また、式 (2-9) より各時点の放流量は貯水量だけに従属して離散的表現が可能であるから、目的関数  $J$  は次のようになる。

$$J = \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M D_m\{Q_m(t)\} \quad \dots\dots\dots (2-12)$$

この  $J$  を与えられた入力条件のもとで最大、あるいは最小化する放流量系列  $\{O_n(t)\}$  ( $n=1, 2, \dots, N$ ;  $t=1, 2, \dots, T$ ) を決定するわけである。

一方、現実の河道における流下合流機構は複雑であるけれども、ダム操作が行われる大出水や渇水時には、その残流域からの流量増は、ほぼ、支川流入とみなすことができよう。しかも、河道の流下機構を時間遅れだけを考える等ボリューム流下とすれば（第 4 章では、河道貯留効果を組み込んだ定式化を考察する）、評価地点流量は次のように表わせる。

$$Q_m(t) = \sum_{n(m)} O_n(t) + \sum_{h(m)} q_{h(m)}(t) \quad (m=1, 2, \dots, M) \quad \dots\dots\dots (2-13)$$

ここに、右辺第一項は、ダム  $n$  の放流量  $O_n(t)$  ( $n=1, 2, \dots, N$ ) のうち、途中他のダムを通過しないで評価地点  $m$  に到達するものの総和、第二項は多数の支川流量  $q_{h(m)}(t)$  ( $h(m)=1, 2, \dots, H(m)$ ) のうち、途中他のダムや評価地点を通過しないものの総和である。式 (2-13) では、河道における入出力間の遅れ時間を考慮した表現をしていないが、遅れが決定量の取り方にかかわらず一定であるとの仮定を置けば、最下流の評価地点を基準時間としてハイドログラフを平行移動するだけで、共通の制御時間座標をもつ入力分布を得ることができる。

以上のようにして離散化が行われたが、前述のマルコフ性あるいは式 (2-9) より、ダム制御系は各時点の貯水量を状態量として決定を行うことによって、次時点の状態へ移行する多段決定過程となる。こうした過程の最適化は DP の得意とするところであり、次項では DP によるダム群操作の定式化を行おう。

## (2) DP による定式化

DP は多段決定過程の解明を目的として、R. Bellman<sup>4)</sup> により 1950 年頃から発達したものである。そ

の方法はある繰り返し関係をもった関数漸化式により、数値計算と数学的解析を行うことにある。

多段階における決定系列は政策 (Policy) とよばれ、DPにおける問題は、適当な基準によって最適な政策 (Optimal Policy) を求めることである。この最適政策は、現在の決定に要する価値と、その決定から生ずる新しい状況に関しての未来の価値とのバランスをはかったものといえる。DPの最適性の原理 (Principle of Optimality) はこの考え方の精密な数学的表現である。ここに、最適性の原理とは、“最初の状態がどうであれ、また、それに対してどんな決定を下しても、この状態とは無関係に、その後に行われる決定は最初の決定によって生じた状態に関して最適政策となる性質をもつことである” というものである。次に、このDPによってダム群最適操作の定式化を行うが、時間の経過方向で計算を実行する前進型計算法によって議論を進めよう。

いま、期間1から任意の期間 $t$ までの最適政策 (最適放流量系列)  $O_n(t)$  ( $t=1, 2, \dots, t; n=1, 2, \dots, N$ ) による目的関数の最小値 (貯水量  $S_n(t)$  ( $n=1, 2, \dots, N$ ) の関数) を  $f_t(S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t))$  とすると、式 (2-12) および最適性の原理によりつぎの関数方程式が成立する。すなわち、

$$f_t(S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t)) = \min_{\{O_n(t)\}} \left\{ \sum_{m=1}^M D_m\{Q_m(t)\} + f_{t-1}(S_1(t) - I_1(t) + O_1(t), \right. \\ \left. S_2(t) - I_2(t) + O_2(t), \dots, S_N(t) - I_N(t) + O_N(t) \right\} \quad \dots\dots\dots (2-14)$$

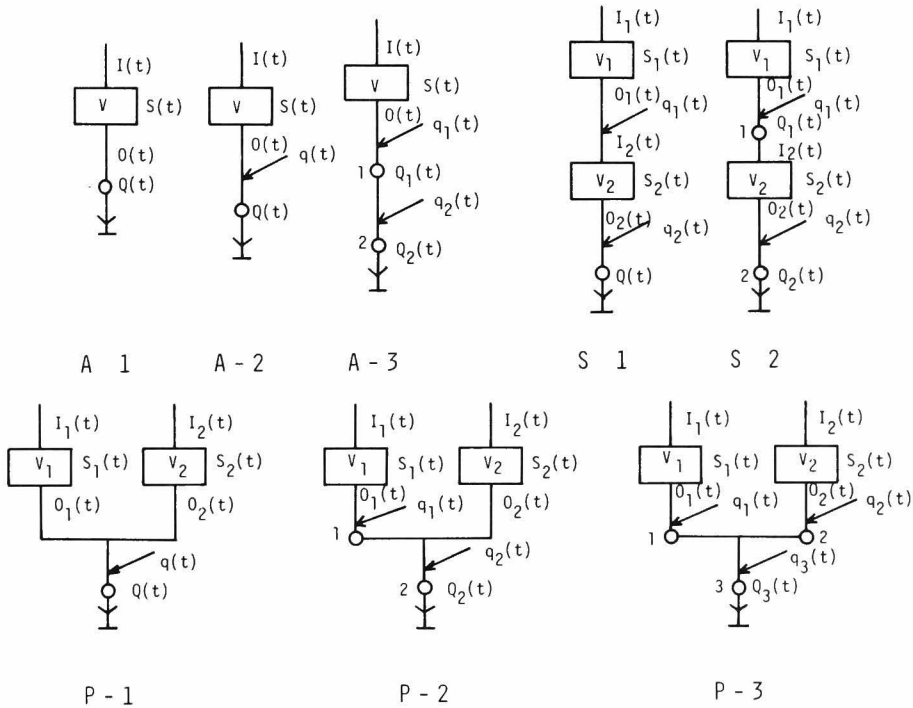


図2-2 ダム群制御システムの基本パターン。

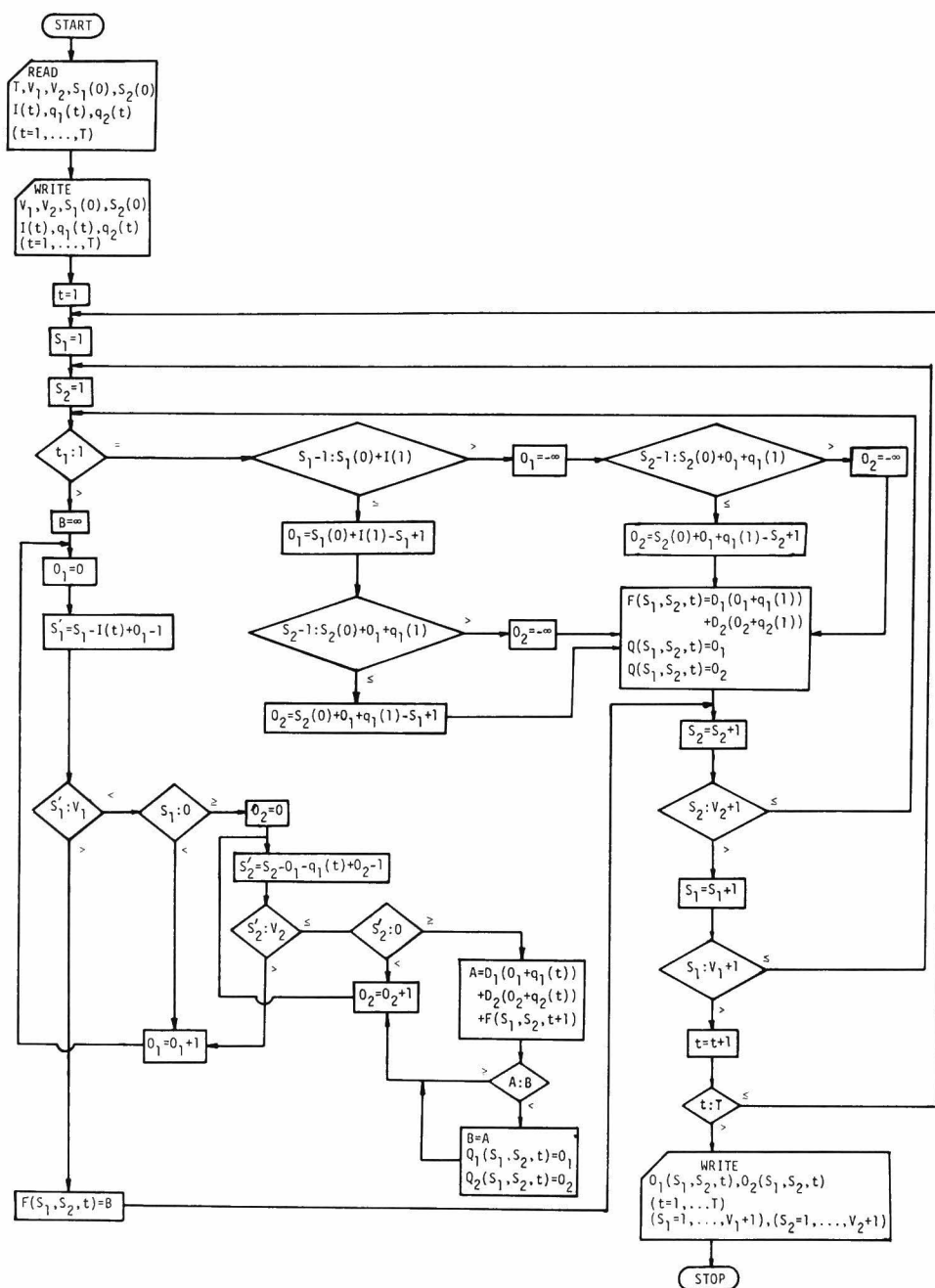


図 2-3 直列 2 ダム (S-2 型) 制御システムに対する DP のフローチャート。

この漸化式を解く手がかりとして、制御初期段階の決定  $Q_n(1)$  ( $n=1, 2, \dots, N$ ) による目的関数値  $f_1(S_1(1), S_2(1), \dots, S_N(1))$  が必要であり、次式のように与えられる。

$$f_1(S_1(1), S_2(1), \dots, S_N(1)) = \sum_{m=1}^M D_m \{Q_m(1)\} \quad \dots\dots\dots (2-15)$$

したがって、式(2-14)、(2-15)より  $f_1, f_2, \dots, f_T$  を求め、全期間における制御最終値を

$$(S_1(T), S_2(T), \dots, S_N(T)) = (S_1^0(T), S_2^0(T), \dots, S_N^0(T)) \quad \dots\dots\dots (2-16)$$

と与えれば、 $f_T(S_1^0(T), S_2^0(T), \dots, S_N^0(T))$  が求める最適関数値、対応する放流量が最適放流量系列となる。なお、本方法に対して、最終期間  $T$  より初期の方へ計算を行う後進型計算法も存在するが、関数値の感度をみる際の制御最終値の取り方に相違があるにすぎず、いずれも同じ理論構成である。

以上の手順を図2-2に示すダム貯水池と評価地点からなる直列型S-2に適用すれば、図2-3のようなフローチャートができる。

### 第3節 評価地点と制御目的

前節のように最適制御過程はDPにより定式化されたわけであるが、つぎに問題となるのは目的関数の設定である。式(2-14)、(2-15)で示した目的関数については、評価地点  $m$  の配置およびそれに付与する評価関数  $D_m \{Q_m(t)\}$  の与え方が重要となる。

#### (1) 評価地点

評価地点を設定すべき箇所は、ダム操作による制御効果を明確に表わすとともに、治水においては防災地区、利水においては需要地区あるいは取水地区を代表する点を考えることができる。また、実際の水系では、ダムおよび評価地点も複数で存在し、複雑な制御システムを構成しているのが現状であろう。ところが、こうした大規模なシステムを時間的・空間的に相互作用の強いダムや評価地点で分割すると、図2-2に示す8通りの基本パターンが抽出できよう。すなわち、制御システムはこれら基本パターンをサブシステムと考えた場合、それらの複合体あるいは結合体として構成されるのである。したがって、各基本パターンでの最適制御方式ならびにそれらの結合手順の確立が必要となる。

#### (2) 制御目的

治水制御の目的は、水系一貫した操作によってダム下流部河道における洪水のピーク流量を可能な限り小さくし、越水による破堤を防ぐことにあると考えられる<sup>5)</sup>

いま、ダム下流部の防災対象地区を評価地点  $m$  ( $m=1, 2, \dots, M$ ) で代表させ、各地点における許容流量を  $Q_{md}$  (たとえば計画高水流量) とする。また、制御後の評価地点  $m$  を流下する洪水のピーク流量を  $Q_{mp}$  とすると、上記の目的は

$$K \equiv \max \left\{ \frac{Q_{1p}}{Q_{1d}}, \frac{Q_{2p}}{Q_{2d}}, \dots, \frac{Q_{Mp}}{Q_{Md}} \right\} \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (2-17)$$

かつ

$$K \leq 1$$

と表現することができよう。堤体の安全性からみれば、ピークの継続時間も短い方がよいことはいふまでもない。ただし、 $K > 1$  のときは、どのような制御を行おうともいずれかの評価地点で越水あるいは破堤が生ずることを意味しており、計算結果がたびたびそういう状況を示す場合には、ダム の治水容量あるいは  $Q_{md}$  の決定を再検討する必要がある。本研究では  $0 \leq K \leq 1$  の場合だけを取り扱い、 $K > 1$  のときは与えられた施設群では防御しきれない異常洪水として別の扱いをする。

一方、利水制御の目的は次のように定義される。すなわち、流域内に設けられたいくつかの評価地点で、ある期間、常にある需要量を満たす流量が流れていて、それを決して下回らないように制御することとすると、具体的には

$$P \equiv \min \left\{ \frac{Q_{1l}}{Q_{1d}}, \frac{Q_{2l}}{Q_{2d}}, \dots, \frac{Q_{Ml}}{Q_{Md}} \right\} \rightarrow \max \quad \dots\dots\dots (2-18)$$

かつ

$$P \geq 1$$

となる。さらに、水利用の面からすれば、最低流量の継続時間はできるだけ短く、しかも、流況に変動の少ないことが望まれる。ここに、 $Q_{ml}$  は制御後の評価地点  $m$  を流下する流量の最低値であり、 $Q_{md}$  は評価地点  $m$  における確保流量、すなわち、河川維持用水、都市用水、工業用水、農業用水などの需要量を示す。もちろん、これら用水の配分問題も重要であるが、ここではトータルな水需要量の確保に注目していることを断っておく。なお、 $P < 1$  の場合は渇水状態であり、節水や他水系からの導水が要求される。

#### 第4節 評価関数

前節のように定義された目的を DP によって達成するには、評価地点に付与すべき評価関数の具体的な設定が必要である。本節では、評価地点数に対応した関数形を提案し、その制御目的との適合性を証明しよう。

##### (1) 単一評価地点系

単一評価地点系である A-1、A-2、P-1、S-1 型の場合には、治水、利水のいずれにおいても凸関数であれば、最適な放流量系列が得られる。ここでは、評価関数に一般的な凸関数

$$D\{Q(t)\} = a\{Q(t)\}^b \quad (a \text{ は定数}, b \text{ は } 0, 1 \text{ 以外の整数}) \quad \dots\dots\dots (2-19)$$

を用いて証明しよう。式(2-12)より目的関数値は

$$J = a \sum_{t=1}^T \{Q(t)\}^b \quad \dots\dots\dots (2-20)$$

となる。一方、貯水池の連続式より

$$\sum_{t=1}^T Q(t) = \sum_{n(m)} \left\{ \sum_{t=1}^T I_n(t) - S_n(0) - S_n(T) \right\} + \sum_{h(m)} \sum_{t=1}^T q_{h(m)}(t) = c \text{ (const.)} \quad \dots\dots\dots (2-21)$$

が成立する。したがって、上2式から次のラグランジェ方程式  $L$  が求められる。<sup>6)</sup>

$$L = a \sum_{t=1}^T \{Q(t)\}^b + \lambda \left\{ c - \sum_{t=1}^T Q(t) \right\} \quad \dots\dots\dots (2-22)$$

ただし、 $\lambda$ はラグランジェ乗数である。このとき最適値は次の偏微分条件を満たさなければならない。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial Q(1)} &= a \cdot b \{Q(1)\}^{b-1} - \lambda = 0 \\ &\vdots \\ \frac{\partial L}{\partial Q(T)} &= ab \{Q(T)\}^{b-1} - \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= c - \sum_{t=1}^T Q(t) = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2-23)$$

である。結局、上記の連立方程式を解くと最適放流量は

$$Q(1) = Q(2) = \dots\dots\dots = Q(T) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Q(t) \quad \dots\dots\dots (2-24)$$

となる。流量系列が完全に平滑化されたときは、とりもなおさず、治水ではピークが最低化し、利水では最低流量が最高化したことを意味し、制御目的が満足されている。

## (2) 複数評価地点系

式(2-17)、(2-18)で表わした制御目的は、各評価地点での被害のウェイトをできるだけ均等化し、かつ、最小化しようとしている。その結果、通過流量の1単位は各地点で同じウェイトをもたず、次式で示すような許容流量に從属した $a_m$  ( $m=1, 2, \dots, M$ )なるウェイトをもつことが考えられる。

$$a_m \cdot Q_{md} = c \text{ (const.)} \quad \dots\dots\dots (2-25)$$

ただし、 $a_m$ はあとで述べる評価関数における制御目的との適合性より正整数とする。評価関数は、治水目的と利水目的に合致した関数として、互いに双対関係にあることより、次のような式が考えられる。

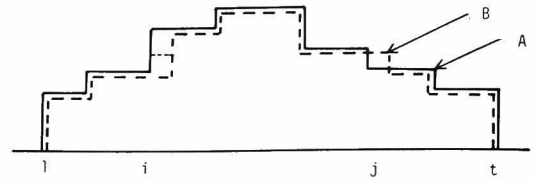
$$D_m \{Q_m(t)\} = \{(\omega + 1) \cdot M\}^{\pm a_m Q_m(t) \mp b} \quad \dots\dots\dots (2-26)$$

ここに、指数部の符号は複合同順で、それぞれ治水制御、利水制御に対応している。また、 $\omega$ は各期間での状態変数の可動範囲の最大値、 $b$ は計算上の任意定数である。式(2-26)は以下の証明において明らかに、制御目的から起因する唯一の関数ではない。凸関数であること、および後述する制御過程での流量系列の変化特性を最大限に利用することを考慮して見出したものであり、制御目的を満足する関数の1つであるといえる。次に、前述の変化特性と式(2-26)の適合性を明らかにするが、治水制御の場合だけを取り上げ、利水制御については同様の手順であるので省略する。

### (a) 最適系列の変化特性

式(2-14)、(2-15)の定式化は前進型DPであるので、制御期間が1から $t-1$ まで進み、次の制御期間 $t$ において貯水状態 $S(t)$ がある値 $X$ から $X-1$ に変化したときの、それまでの制御で決定されてい

る各地点の最適通過流量系列の応答を考察しよう。この2種類の流量系列において、時間的要素を無視し流量値だけを対象にして比較する、いいかえると、ハイドログラフを重ねて比較するのではなく、同一流量値で時間的に前後する場合は同じものとして比較すると、1個の期間だけ、あるいは2個の期間、あるいは……個の期間で相違が生ずると考えられる。ただし、空間的な連続性、つまり同一期間での流れの連続性は保持しておく。すると、常に最適な決定がなされておれば、各地点で1個の期間だけで、しかも流量値は1単位しか変化していない。このことをA-3型を例にとって説明しよう。



$\tau$	0	i	j	t
$S_A(\tau)$	$S(0)$	$S(i)$	$S(j)$	$S(t)$
$O_A(\tau)$		$O(i)$	$O(j)$	$O(t)$
$S_B(\tau)$	$S(0)$	$S(i)$	$S(j)-2$	$S(t)-1$
$O_B(\tau)$		$O(i)-2$	$O(j)+2$	$O(t)$

図 2-4 貯水量の変化によって流量系列が2単位変化している場合。

いま、2個の期間で流量値に相違がみられると仮定する。各地点の通過流量の変化は放流量の変化に対応しているので、図2-4では最適放流量系列だけを示す。ここに、Aは $S(t)=X$ での、Bは $S(t)=X+1$ での最適系列である。AとBとの流量値の相違は期間*i*、*j*でみられ、期間*t*までの水収支を考慮すると、期間*j*で1単位相違があるなら、期間*i*では2単位の相違となる。

さて、 $S(t)=X$ での最適放流量系列Aに注目しよう。期間*i*での放流量を1単位減らし、期間*j*で1単位増加させる操作が可能であるとする。 $S(t)=X$ の通過流量系列から、 $S(t)=X+1$ での系列と相違がある期間、すなわち、期間*i*、*j*の流量値だけを取り出すと次のような評価値が得られる。

$$k' = \max \{ a_1 Q_1(i), a_1 Q_1(j), a_2 Q_2(i), a_2 Q_2(j) \} \quad \dots\dots\dots (2-27)$$

一方、上記の操作を加えた後は

$$k'' = \max \{ a_1 (Q_1(i)-1), a_1 (Q_1(j)+1), a_2 (Q_2(i)-1), a_2 (Q_2(j)+1) \} \quad \dots\dots\dots (2-28)$$

となる。なお、この*k*は式(2-25)の関係より、制御目的式(2-17)の分母、分子に重み $a_m$ を乗じたもので、**K**と同じ意味をもち、*k*の最小化は治水目的を満たすことにほかならない。式(2-27)、および(2-28)に関して、最適系列はAに対応する場合であるから不等式

$$k' < k'' \quad \dots\dots\dots (2-29)$$

が成立しなければならない。

次に、系列Bをとり上げ、期間*i*での放流量を1単位増加し、期間*j*で1単位減少させよう。この操作を行う前後の通過流量系列は、前述と同様に期間*i*、*j*で表わせばそれぞれ次のような評価値になる。

操作を行う前：

$$k''' = \max \{ a_1 (Q_1(i)-2), a_1 (Q_1(j)+1), a_2 (Q_2(i)-2), a_2 (Q_2(j)+1) \} \quad \dots\dots\dots (2-30)$$



操作を行った後：

$$k''' = \max \{ a_1(Q_1(i) - 1), a_1 Q_1(j), a_2(Q_2(i) - 1), a_2 Q_2(j) \} \quad \dots\dots\dots (2-31)$$

最適放流量系列は操作を加える前のBの状態であるから、

$$k'' < k''' \quad \dots\dots\dots (2-32)$$

が成立する。ここで、式(2-29)と式(2-32)は、式(2-27)、(2-28)、および式(2-30)、(2-31)の要素を用いると、同じ要素だけで表現することができ、両者が同時に成立できないことがわかる。<sup>7)</sup> すなわち、 $S(t) = X$  あるいは  $S(t) = X + 1$  における最適放流量系列をA、Bと定めたことが誤りとなる。したがって、 $S(t) = X$  での真の最適放流量系列がAである場合、 $S(t) = X + 1$  での最適放流量系列はBではなく、期間*i*で1単位増加し、期間*j*で1単位減少させた系列が最適解といえる。その結果、 $S(t) = X$  での最適放流量系列と期間*i*で、しかも流量1単位の相違があるにすぎない。結局、任意の制御時点において、貯水量が1単位異なる場合の流量系列は、その時間的要素を無視する限りそれまでの制御が最適なら各評価地点で1期間だけ、しかも、1単位の相違がみられるにすぎないとの結論が得られる。

ところで、DPの制御過程は、任意の期間  $t + 1$  での任意の貯水量  $S(t + 1)$  における最適放流量の決定に際して、期間  $t$  での貯水量を最小値から順次増加させ、おのおのの目的関数値を比較する方法をとっている。ここに、上記の特徴を用いると、制御過程における系列の変化は、制御時の前の期間の貯水量  $S(t)$  のとり得る範囲に対応している。ゆえに、制御期間  $t$  において期間  $t - 1$  での状態変数の変動範囲を  $v_t$  で表わすと、期間  $t - 1$  での貯水量の変動による流量系列(放流量、通過流量)の変化は  $\min \{ v_t, t - 1 \}$  である。したがって、

$$\omega = \max_{\{t\}} [\min \{ v_t, t - 1 \} ] \quad \dots\dots\dots (2-33)$$

と定めると、全制御期間を通じての流量系列の変化の最大値は制御時を含めて  $(\omega + 1)$  となる。なお、貯水容量  $V$  を用いると、 $\omega$  は一般に  $\min \{ V + 1, T - 1 \}$  なる定数が用いられるが、次章で述べるDDDPのように状態量の変域を制限する方法では極めて小さい値にすることができる。

#### (b) 評価関数の適合性

いま、制御期間  $t$  における最適放流量の決定に際し、系列の変化個数が最大  $(\omega + 1)$  である場合を考えよう。すなわち、期間  $t - 1$  での貯水量の差が最大のときの目的関数の変化と制御目的との関係を明らかにして、評価関数の適合性を言及するのである。評価地点の通過流量で相違がある期間を  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, (\omega + 1)$ ) で代表し、次式のような場合を想定しよう。

$$K' = \max \left\{ \frac{Q'_1(j)}{Q_{1d}}, \frac{Q'_2(j)}{Q_{2d}}, \dots, \frac{Q'_M(j)}{Q_{Md}} \right\} = \frac{Q'_1(j)}{Q_{1d}} \quad \dots\dots\dots (2-34)$$

また、通過流量系列の変化しない部分になる評価関数の総和を  $R$  とすれば、目的関数  $J'_t$  は

$$J'_t = \sum_{m=1}^M \sum_{\tau=1}^t D_m \{ Q_m(\tau) \} \\ = \{ (\omega + 1)M \}^{a_1 Q'_1(1)-b} + \dots\dots\dots + \{ (\omega + 1)M \}^{a_M Q'_M(\omega+1)-b} + R > \{ (\omega + 1)M \}^{a_1 Q'_1(1)-b} + R \quad \dots\dots\dots (2-35)$$

となる。次に流量系列が変化した場合

$$\mathbf{K}'' = \max \left\{ \frac{Q_1''(j)}{Q_{1d}}, \frac{Q_2''(j)}{Q_{2d}}, \dots, \frac{Q_M''(j)}{Q_{Md}} \right\} < \mathbf{K}' \quad \dots\dots\dots (2-36)$$

となったとすれば

$$\begin{aligned} a_m Q_m''(j) &< a_m \mathbf{K}' Q_{md} \\ &= a_1 Q_1'(1) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2-37)$$

の関係が成立し、かつ、両辺が整数であるから

$$a_m Q_m''(j) \leq a_1 Q_1'(1) - 1 \quad \dots\dots\dots (2-38)$$

となり、目的関数は次のようになる。すなわち、

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_t'' &= \sum_{m=1}^M \sum_{\tau=1}^t D_m \{ Q_m(\tau) \} \\ &\leq \{ (\omega+1)_m \}^{a_1 Q_1'(1)-b-1} + \dots\dots\dots + \{ (\omega+1)_m \}^{a_1 Q_1'(1)-b-1} + R \\ &= \{ (\omega+1)_m \}^{a_1 Q_1'(1)-b} + R \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2-39)$$

が得られ、 $\mathbf{K}' > \mathbf{K}''$  ならば  $\mathbf{J}_t' > \mathbf{J}_t''$  となるのは明らかである。また、 $\mathbf{J}_t' > \mathbf{J}_t''$  ならば  $\mathbf{K}' \geq \mathbf{K}''$  も成立し、かつ

$$f_t(S(t)) = \min \left\{ \mathbf{J}_t', \mathbf{J}_t'', \dots, \overbrace{\mathbf{J}_t'' \dots \mathbf{J}_t''}^{(\omega+1)} \right\} \quad \dots\dots\dots (2-40)$$

であることを考えれば、この関数を用いると各制御で常に最適な放流量を決定し、最小の $\mathbf{K}$ が得られることになる。このような過程で制御が進み、最終期間での貯水量 $S^0(T)$ が与えられると、 $f_T(S^0(T))$ より得られる放流量系列は $\mathbf{K}$ の値を最小、いいかえると、治水目的を満す最適解となり、式(2-26)は制御目的に適合した評価関数といえる。

### (c) ピーク流量継続時間の最小化

また、式(2-26)による最適系列はピーク流量の継続時間の総和も最小にしており、堤体の安全性からも好都合である。このことをやはり、A-3型を例にとって証明しよう。

上述のように、任意の制御期間における貯水量の変動による流量系列の変化は最大 $(\omega+1)$ とする。ここで、制御期間 $t$ でのピーク流量継続時間の総和が、次のように変化した場合を考える。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q_{1p}'}{Q_{1d}} = \frac{Q_{2p}'}{Q_{2d}} = \mathbf{K}' \\ NS(Q_{1p}') + NS(Q_{2p}') = ns' \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2-41)$$

である。ただし、 $NS(Q_m)$ は評価地点 $m$ における流量 $Q_m$ の継続時間であり、 $ns'$ は $2 \leq ns' \leq 2(\omega+1)$ なる整数である。また、

$$\left. \begin{aligned} NS(Q'_{1p}) &= ns'_1 \\ NS(Q'_{2p}) &= ns'_2 \quad (ns'_1, ns'_2 : 1 \leq ns'_1, ns'_2 \leq \omega + 1 \text{ なる整数}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-42)$$

とすると、目的関数  $J'_t$  は

$$\begin{aligned} J'_t &= \sum_{m=1}^2 \sum_{\tau=1}^t D_m \{ Q_m(\tau) \} \\ &\geq ns'_1 \{ 2(\omega + 1) \}^{a_1 Q'_{1p} - b} + ns'_2 \{ 2(\omega + 1) \}^{a_2 Q'_{2p} - b} + R \\ &= ns' \{ 2(\omega + 1) \}^{cK' - b} + R \end{aligned} \dots\dots\dots (2-43)$$

となる。ただし、 $c = a_1 Q_{1d} = a_2 Q_{2d}$ 、 $R$  は流量系列が変化しない部分の関数値である。つづいて、流量系列が変化して

$$\left. \begin{aligned} NS(Q'_{1p}) + NS(Q'_{2p}) &= ns'' \leq ns' - 1 \\ NS(Q'_{1p}) &= ns''_1 \quad (ns''_1 : 0 \leq ns''_1 \leq \omega + 1 \text{ なる整数}) \\ NS(Q'_{2p}) &= ns''_2 \quad (ns''_2 : 0 \leq ns''_2 \leq \omega \text{ なる整数}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-44)$$

となったとすると、目的関数は

$$\begin{aligned} J''_t &= \sum_{m=1}^2 \sum_{\tau=1}^t D_m \{ Q_m(t) \} \\ &\leq ns''_1 \{ 2(\omega + 1) \}^{a_1 Q'_{1p} - b} + (\omega + 1 - ns''_1) \{ 2(\omega + 1) \}^{a_1 (Q'_{1p} - 1) - b} \\ &\quad + ns''_2 \{ 2(\omega + 1) \}^{a_2 Q'_{2p} - b} + (\omega + 1 - ns''_2) \{ 2(\omega + 1) \}^{a_2 (Q'_{2p} - 1) - b} + R \\ &< ns' \{ 2(\omega + 1) \}^{cK' - b} + R \end{aligned} \dots\dots\dots (2-45)$$

となる。したがって、式(2-43)、(2-45)より  $J'_t > J''_t$  が成立し、制御期間  $t$  での放流量の決定に際し、ピーク流量の継続時間も同時に最小化されることになる。

## 第5節 結 語

以上のように、ダム群による水量制御の目的、およびDPによる定式化、評価地点に付与すべき評価関数が明らかにされた。式(2-26)の評価関数は凸関数であり解の一意性が保証されるとともに、治水ではピーク流量のてい減、利水では最低流量の増加、しかも、その継続時間も減少させるという点で合理的な関数といえる。次章では、本評価関数を用いたダム操作を基礎として、計算の実行時に生ずる諸問題の解決策を提案し、最適制御システムの確立をはかる。

## 参考文献

- 1) たとえば, 鍋島一郎: 動的計画法, 数学ライブラリー 7, 森北出版, 1968.
- 2) 高棹琢馬, 瀬能邦雄: ダム群による洪水調節に関する研究(I)—DP 利用とその問題点—, 京都大学防災研究所年報, 第 13 号B, 1970, pp. 83—103.
- 3) 小田中敏男: 確率制御過程, 数学ライブラリー 43, 森北出版, 1976.
- 4) Bellman, R.: Dynamic Programming, Princeton Univ. Press, 1957.
- 5) 高棹琢馬, 横田穰二: DP 利用によるダム貯水池の洪水調節方式について, 土木学会第 25 回年次学術講演会講演概要集, 第 II 部, 1970, pp. 417—420.
- 6) たとえば, 関根泰次: 数理計画法 I, 岩波講座基礎工学 5, 1968.
- 7) 高棹琢馬, 池淵周一, 小尻利治: 水量制御からみたダム群のシステム設計に関する DP 論的研究, 土木学会論文報告集, No. 241, 1975, pp. 39—50.

### 第3章 制御解導出の近似解法

#### 第1節 概 説

ダム群による水量制御の定式化，および評価地点に付与すべき評価関数が前章のように与えられると，次の課題は計算の実行である。ところが，多次元・多期間・多容量の制御過程を考える以上，計算の実行可能性に限界が生じることが予想される。その原因を大別すると，(i)先に提案した評価関数において  $\{(\omega+1)M\}^{\pm a_m} Q_m(t)^{\mp b}$  の値が計算機内でオーバーフローあるいはアンダーフローのエラー，具体的にいうと， $Q_m(t)$  がその制約条件を満たす範囲内で最大値をとった場合，計算機固有の特性（本研究に用いた京都大学大型計算機センターのM-190では1語の大きさは $10^{\pm 76}$ ）より上記のエラーを生じる可能性があること，(ii)多次元・多期間による記憶容量および計算時間の問題である。一つの解決策として，離散区間の選び方を粗くすることが考えられる。しかし，あまり粗くすると実用的な解が得られず根本的な解決策とはならない。また，(ii)の問題については次元の節減化，すなわち多次元問題をより低次元におきかえること，あるいは次元はそのままにして状態変数の変域を制限し，状態量を減らす方法が考えられる。

以下では，上記の問題を (1)目的関数の近似化，(2)評価関数の近似化，(3)ダム群の合成や逐次近似法による次元の節減化，(4)記憶容量を減らすためのDDDP，の4つの面からアプローチした諸手法について概説しよう。

#### 第2節 目的関数の近似化法

目的関数を最小化することが $\mathbf{K}$ の値を最小化するとして式(2-26)を見出し，その解が同時に唯一の最適解であるという意味で最適評価関数とみなした。しかし，制御目的が明確にされている以上，ここではそれを直接目的関数として適用し，計算の実行可能性を高める方法を考察しよう。なお，以下の議論では主として治水問題について述べており，利水問題については同様の議論が可能であるので，特別な場合を除いて省略する。

DPの柔軟性を考えると，式(2-8)の目的関数は和の形にする必要はなく，

$$\mathbf{J} = \max \left\{ \frac{Q_1(1)}{Q_{1d}}, \dots, \frac{Q_1(T)}{Q_{1d}}, \frac{Q_2(1)}{Q_{2d}}, \dots, \frac{Q_2(T)}{Q_{2d}}, \dots, \frac{Q_M(1)}{Q_{Md}}, \dots, \frac{Q_M(T)}{Q_{Md}} \right\} \quad \dots\dots\dots (3-1)$$

と書くことができる。ここに，評価地点における各時刻の通過流量は当該時刻の放流量，あるいは貯水量状態に対応しているので，やはり多段決定問題となり，最適性の原理は保存されている。したがって， $f_t(S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t))$ を期間1から期間 $t$ までの目的関数の最小値，つまり，ピーク流量と許容流量の比の最小と定義すると，DPの定式化は次のようになる。

$$f_t(S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t)) = \min_{\{Q_n(t)\}} \left[ \max \left\{ \frac{Q_1(t)}{Q_{1d}}, \frac{Q_2(t)}{Q_{2d}}, \dots, \frac{Q_M(t)}{Q_{Md}}, \right. \right. \\ \left. \left. f_{t-1}(S_1(t-1), S_2(t-1), \dots, S_N(t-1)) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (3-2)$$

$$f_1(S_1(1), S_2(1), \dots, S_N(1)) = \max \left\{ \frac{Q_1(1)}{Q_{1d}}, \frac{Q_2(1)}{Q_{2d}}, \dots, \frac{Q_M(1)}{Q_{Md}} \right\} \quad \dots\dots\dots (3-3)$$

この関数の特徴としては、(i) 指数関数でないのでオーバーフロー、アンダーフローの心配がなく、しかも計算時間が短縮できることである。しかし、(ii) ピーク流量だけを対象にしているため、解の一意性が成り立たず、式(2-26)の最適評価関数を用いた場合に比してピークの継続時間が長くなる傾向にある。その対策として、ピーク流量の出現回数の最小化を同時に考慮した制御方法が考えられ、後述する計算結果では多少の改良が可能となっている。以上のように、本方法は式(2-26)の最適評価関数のかわりに、式(3-1)の形で目的関数を構成し、一種の近似化をはかったという意味で、目的関数の近似化法と名付けることにする。

### 第3節 評価関数の近似化法

制御目的式(2-17)、(2-18)は破堤あるいは渇水までの水量状態の改善をめざしたものと見える。いいかえると、各評価地点での破堤あるいは渇水の危険率の最小化(安全率の最大化)をはかったものである。そこで、堤体のもつ危険率を評価関数とする方法が考えられ、以下のようになる<sup>1)</sup>。まず、治水制御では、危険率を  $D_m\{Q_m(t)\}$  とすると目的関数は

$$J = \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T D_m\{Q_m(t)\} \longrightarrow \min \quad \dots\dots\dots (3-4)$$

かつ

$$D_m\{Q_m(t)\} \leq 1 \quad (m=1, 2, \dots, M)$$

となる。この危険率が備えるべき条件としては、次の4式を満たすことである。すなわち、

$$(i) \quad \left. \frac{\partial D_m\{Q_m(t)\}}{\partial Q_m(t)} \right|_{Q_m(t)=Q_{md}} = \infty \quad \dots\dots\dots (3-5)$$

$$(ii) \quad D_m\{0\} = 0 \quad \dots\dots\dots (3-6)$$

$$D_m\{Q_{md}\} = 1 \quad \dots\dots\dots (3-7)$$

$$(iii) \quad \frac{\partial D_m\{Q_m(t)\}}{\partial Q_m(t)} > 0 \quad (0 < Q_m(t) < Q_{md}) \quad \dots\dots\dots (3-8)$$

上記の条件、(i)、(ii)、(iii)を同時に満たす関数は存在しないので、式(3-5)を

$$\left. \frac{\partial D\{Q_m(t)\}}{\partial Q_m(t)} \right|_{Q_m(t)=Q_{md}+1} = \infty \quad \dots\dots\dots (3-9)$$

とおきかえる。式(3-6), (3-7), (3-8), (3-9)を満たす関数としては,

$$\frac{\partial D\{Q_m(t)\}}{\partial Q_m(t)} = \frac{1}{Q_{md} + 1 - Q_m(t)} \quad \dots\dots\dots (3-10)$$

より

$$D_m\{Q_m(t)\} = 1 - \frac{\ln(Q_{md} + 1 - Q_m(t))}{\ln(Q_{md} + 1)} \quad \dots\dots\dots (3-11)$$

が得られる。式(3-11)は凸関数であり, 目的の最小化と同時に流況の平滑化がはかれる。だが, ピーク流量のてい減が保証されていないので, 式(2-26)による制御結果と同じ解が得られるとは限らない。

一方, 利水制御では渇水の危険率の最小化を行うとすれば, 式(3-4)がそのまま制御目的になる。また, 危険率の条件としては

$$(i) \quad \left. \frac{\partial D_m\{Q_m(t)\}}{\partial Q_m(t)} \right|_{Q_m(t)=Q_{md}} = -\infty \quad \dots\dots\dots (3-12)$$

$$(ii) \quad D_m\{Q_{md}\} = 1 \quad \dots\dots\dots (3-13)$$

$$D_m\{\infty\} = 0 \quad \dots\dots\dots (3-14)$$

$$(iii) \quad \frac{\partial D_m\{Q_m(t)\}}{\partial Q_m(t)} < 0 \quad (Q_{md} < Q_m(t) < \infty) \quad \dots\dots\dots (3-15)$$

と表現できる。ここに,  $Q_{md} \gg 1$  より式(3-12)を

$$\left. \frac{\partial D_m\{Q_m(t)\}}{\partial Q_m(t)} \right|_{Q_m(t)=Q_{md}-1} = -\infty \quad \dots\dots\dots (3-16)$$

とおきかえることによって危険率は

$$D_m\{Q_m(t)\} = \frac{1}{Q_m(t) + 1 - Q_{md}} \quad \dots\dots\dots (3-17)$$

で与えられる。式(3-11), (3-17)のように評価関数を危険率でおきかえ, 式(2-26)を用いた場合と同じ制御結果を期待するので, 本方法を評価関数の近似化法と呼ぶ。

## 第4節 次元の節減化法

### (1) ダム群の合成および空間基準

複数のダムによる大規模な操作は, 原理的にはDPによる定式化をそのまま解けば求まるが, 実際に計算する場合には記憶容量, 計算時間を考えると, 一次元問題におきかえて解くのが望ましいことはいうまでもない。<sup>2)</sup> そこで, まず, 2ダム1評価地点系である並列(P-1型)および直列(S-1型)について次元の節減化を考察し, その後, 複数評価地点系の取り扱いを検討する。

P-1型に関するDPの式は式(2-14)より

$$f_t(S_1(t), S_2(t)) = \min_{\substack{D\{O_1(t) + O_2(t) + q(t)\} \\ \{O_1(t)\} \\ \{O_2(t)\}}} [f_{t-1}(S_1(t) - I_1(t) + O_1(t), S_2(t) - I_2(t) + O_2(t))] \quad \dots\dots\dots (3-18)$$

となる。いま、仮想の合成ダムとして

$$\left. \begin{aligned} V_0 &= V_1 + V_2 \\ C_0 &= C_1 + C_2 \\ I_0(t) &= I_1(t) + I_2(t) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3-19)$$

を想定し、一次元問題におきかえて放流量  $O_0(t)$  を求め、それを  $O_1(t)$  および  $O_2(t)$  に配分することを考える。もちろん、合成ダムで解く場合、制約条件がもとの条件より緩和されているため両者の解が必ずしも一致するとは限らない。こうした理由から、著者らは従来用いられている空間基準を、“複数ダムによる最適制御方式を仮想の単一ダムとして求め、その解を各貯水池の制約条件を満たすように配分する方法”であると定義した。また同時に、解が複数ダムでの最適解と一致しないときは、解の変更を指示する手段でもあると考えた。具体的には、Harvard Water Program で提案された方法<sup>3)</sup>があるが、ダムの制約条件に直接影響を与えるのはその期間の流入量が最も大きいこと、また、適応制御問題への応用における降雨の予測精度を考慮すると、この空間基準は次のように表現を変えることができよう。すなわち、“ある期間内の放流量の決定は、各貯水池の空間（空容量）と全貯水池についての空間（空容量）の総和との比が、その期間に予想される各貯水池への流入量と全貯水池への流入量との比に等しくなるようにする”ことである。これを数学的に記述すると、P-1型では

$$\frac{V_n - S_n(t)}{\sum_{i=1}^2 \{V_i - S_i(t)\}} = \frac{I_n(t)}{\sum_{i=1}^2 I_i(t)} \quad (n=1, 2) \quad \dots\dots\dots (3-20)$$

となり、ダムの連続式

$$S_n(t) = S_n(t-1) + I_n(t) - O_n(t) \quad \dots\dots\dots (3-21)$$

を併用すると各貯水池の放流量が決定される。

この配分は  $t=1$  から始めるが、求める  $O_1(t)$ ,  $O_2(t)$ ,  $S_1(t)$ ,  $S_2(t)$  は非負であるから、負の値をとれば0に置き換えなければならない。さらにこうした操作を行っても各制約条件が満足されないときは、仮想の合成ダムによる解が複数ダムでの最適系列と一致しないとみなして、期間  $t$  での放流量を一単位ずつ増加 ( $O_0(t) = O_0(t) + 1$ ) して各制約条件を満たせばよい。しかしその結果、系列に変化が生じるわけだから、以後の期間においては期間  $t$  で変換された後の貯水量をもつ系列 ( $S_0(t) = S_1(t) + S_2(t)$ ) を新たな最適系列として求め、配分を繰り返すことになる。以上の手順をまとめると図3-1のようなフローチャートが得られる。

次に直列のS-1型では、仮想の合成ダムとして



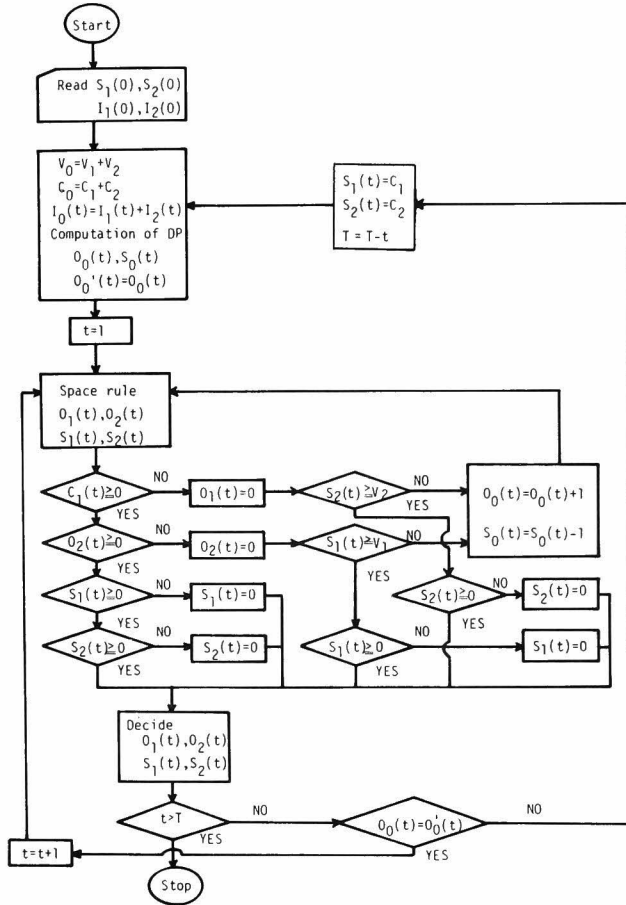


図 3-1 並列2ダム (P-1 型) における空間基準の適用手順。

$$\left. \begin{aligned} V_0 &= V_1 + V_2 \\ C_0 &= C_1 + C_2 \\ I_0(t) &= I_1(t) + q(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-22)$$

が考えられる。配分方法としては並列型と同様に空間基準を用い、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{V_1 - S_1(t)}{\sum_{i=1}^2 \{V_i - S_i(t)\}} &= \frac{I_1(t)}{I_1(t) + q(t)} \\ S_2(t) &= S_0(t) - S_1(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-23)$$

また、後述するように複数ダムでのこうした計算による最適解をみると、治水制御の場合は上流側のダムがまず満水に近い状態になり、下流側のダムは空けておく傾向にある。利水制御では、下流側のダムがな

るべく満水に近い状態になっている。<sup>4)</sup> したがって、第2の配分方法として、治水では以下の手順が考えられよう。

(i)  $S_0(t) \geq V_1$  のとき：上流側のダムを満水にし、残りを下流側の貯水量とする。

(ii)  $S_0(t) < V_1$  のとき：上流側のダムの貯水量を  $S_0(t)$  とし、下流側の貯水量は0とする。

なお、利水制御に関しては、上記の条件を上流、下流、逆に置けばよい。ここでも並列型の場合と同様に、全ての制約条件が満たされないときは放流量  $O_0(t)$  を1単位ずつ増加して配分を行い、ふたたび、合成ダムでの最適系列を求めることはいうまでもない。しかし、上流側のダムの自由度が大きいため、配分不可能となる場合は比較的少ないものと考えられる。

直列型の配分方法には以上の2種類のほかに、後述するS-2型の近似解法の応用も考えられる。だが、いずれも完全な方法ではなく、いいかえると一つの配分方法にすぎず、各流況パターンに応じてより良好な解が得られるように使い分けるという問題はまぬがれない。

## (2) 逐次近似法および直列ダムの近似解法

(1)では1評価地点系の場合を議論したが、多評価地点をもつ複数ダムにおける制御系には評価地点間の影響があり、上述の仮想ダムに合成する方法は利用できない。そこで、複数ダムの最適解に等しいか、許容される程度の誤差をもつ近似解が必要となってくる。その具体的な方法の一つが逐次近似法であり、P-2、P-3型に適用される。この方法は政策空間において、図3-2で示ような流れで繰り返し解を求めることにより最適解に接近させていく方法である。

簡単に手順を述べると、まず、どちらか一方のダムの放流量を残流域流量の一部とみなしてA-3型として制御を行う(図3-2(b))。次に、その制御された放流量を残流域流量の一部とみなし、別のダムによって制御を行う(図3-2(c))。こうした繰り返し法によって各ダムによる高次の近似解を求めていく。もちろん、用いる評価関数は各制御でその最適解を求めるのだから、式(2-26)に応じた形でなければならない。以下では、本方法による解の収束性を証明しておこう。

いま、評価関数は式(2-26)より

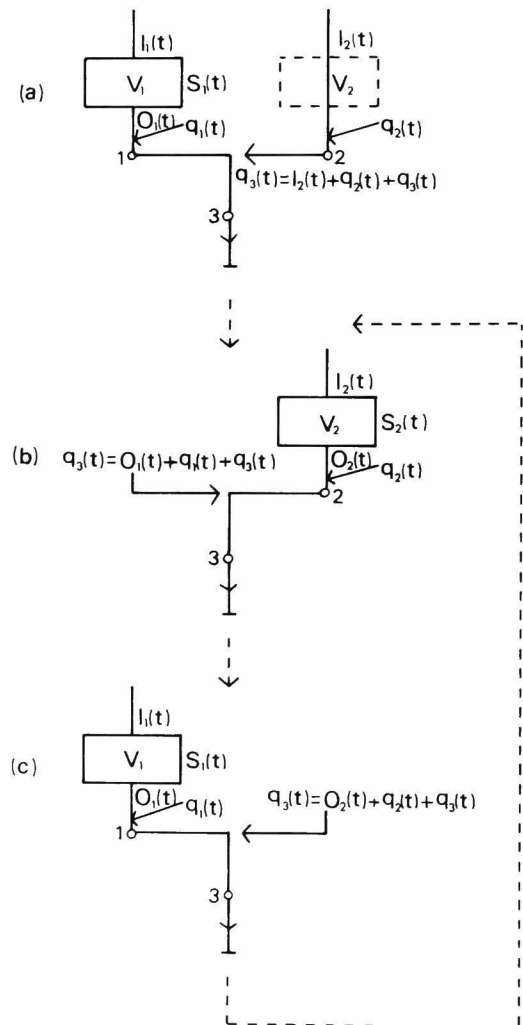


図3-2 逐次近似解法の適用手順。

$$D_m\{Q_m(t)\} = \{2(\omega+1)\}^{a_m} Q_m(t)^{-b} \quad \dots\dots\dots (3-24)$$

とすると、制御終了時の目的関数は

$$J = \sum_{m=1}^3 \sum_{t=1}^T \{2(\omega+1)\}^{a_m} Q_m(t)^{-b} \quad \dots\dots\dots (3-25)$$

で与えられる。

(i) 第  $r$  回目の近似制御 (図 3-2, (c)) が

$$K = \max\{Q_{1p}/Q_{1d}, Q_{2p}/Q_{2d}, Q_{3p}/Q_{3d}\} = Q_{2p}/Q_{2d} \quad \dots\dots\dots (3-26)$$

となる場合を考えよう。式 (3-26) はダム 2 の制御が評価地点 2 だけを対象にしていることを意味し、ダム 1 とは独立な操作となる。ゆえに、ダム 2 は A-2 型で、ダム 1 はその結果を用いて A-3 型で操作することになり、それが最適制御となる。

(ii) 一方、第  $r$  回目の近似制御で

$$K' = \max\{Q_{1p}'/Q_{1d}, Q_{2p}'/Q_{2d}, Q_{3p}'/Q_{3d}\} = Q_{3p}'/Q_{3d} \quad \dots\dots\dots (3-27)$$

となる場合を考えよう。いま、第  $r+1$  回目の近似制御 (図 3-2, (b)) で

$$K'' = \max\{Q_{1p}''/Q_{1d}, Q_{2p}''/Q_{2d}, Q_{3p}''/Q_{3d}\} < K' \quad \dots\dots\dots (3-28)$$

となるとしよう。この第  $r+1$  回目の制御ではダム 2 の操作は第  $r$  回目と同じ、すなわち、 $Q_{2p}' = Q_{2p}''$  であるから、式 (3-27)、(3-28) を第  $r+1$  回目の制御に関して整理すると、

$$K'' = \max\{Q_{1p}'/Q_{1d}, Q_{3p}'/Q_{3d}\} \quad \dots\dots\dots (3-29)$$

$$K'' = \max\{Q_{1p}''/Q_{1d}, Q_{3p}''/Q_{3d}\} < K' \quad \dots\dots\dots (3-30)$$

となる。ただし、 $K''' \leq K''$  である。ここで、各制御での目的関数値を比較することになるが、これは前章における評価関数の適合性の証明にほかならず、 $J' > J''$  は明らかである。その結果、各制御において目的関数  $J$  は単調に減少し、かつ、目的関数は一定値に収束することがわかる。また、各  $J$  に対して必ず 1 個の  $K$  が存在することより、 $K$  も収束し最適値をとる。

次に直列 (S-2 型) に関しては、単ダムの連続として解く方法 (近似解法 (I)) が考えられる (図 3-3)。この方法の欠点は、上流側のダムがすぐ下流の評価地点に対して制御作用があるだけで、それ以外の評価地点での平滑化が行われにくいことである。いいかえると、残流域流量が多く、下流側のダムへの流入量が上流側のダムであまり制御できないとき、あるいは、利水面で  $Q_{1d} > Q_{2d}$  である場合には有利であろう。

これに対して、評価地点間の影響を重視する方法 (近似解法 (II))、とくに上流側ダムが下流側の地点での制御効果をも期待する方法は次のようになる。まずはじめは、下流側のダムを考えずに上流側のダムと 2 個の評価地点による制御 (A-3 型) を行い、つづいて、その放流量を下流側のダムの流入量として制御

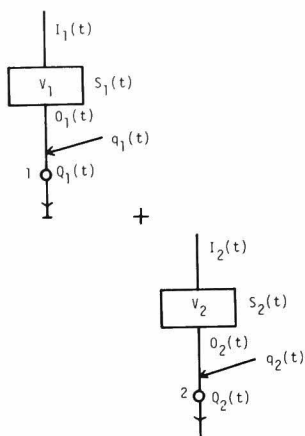


図 3-3 S-2型の近似解法(I)。

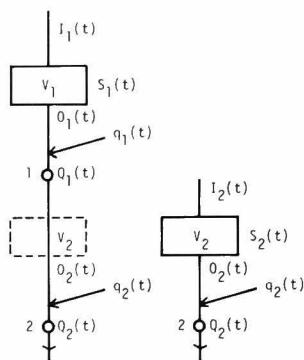


図 3-4 S-2型の近似解法(II)。

(A-2型)を行うものである(図3-4)。最初の制御では、当然、式(2-26)の最適評価関数を用いなければならない。本方法は、上流側のダム操作の自由度を減少する欠点は持っているが、下流側の評価地点での許容流量が上流側に比べてかなり小さく、システムの制御対象が下流側の地点に集まる場合には有効であろう。

なお、上記の直列ダムの近似解法のどれがすぐれているか明確な基準はなく、与えられた流況および許容量に対して各解法を適用し、もっとも制御目的にあった結果を最適近似解として採用すべきであろう。

## 第5節 状態量の減少化法

計算機内の記憶容量の減少をはかるには、第4節のような次元の節減化のほかに、次元はそのままにして状態変数の変域を制限し、状態量を減らす効果を期待する方法がある。その一つは、直接状態量を制限するDDDPであり、<sup>6)</sup> もう一つは制御期間をいくつかに区切って、各期間で最適解を求める期間分割の方法である。後者は、第8章における長期間操作の計算法において詳述するので、本項ではDDDPのCorridor幅の決定について考察する。DDDPは“Invertible System”，つまり状態変数と決定変数の数が等しいシステムに対して有効であり、明らかにダム群はこの条件を満足している。その概要とダム群制御系への適用について述べると以下ようになる。

いま、実行可能な放流量系列の一つを考え、それに対応する貯水量、すなわち状態量の系列をもって試系列(Trial Trajectory)と定義する(図3-5)。次にその適当な近傍(Corridor)

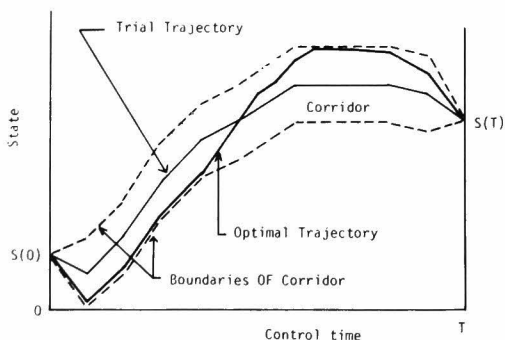


図 3-5 DDDPにおけるCorridor幅と試系列(Trial Trajectory)の関係。

でDP計算を行い局所的な最適解を求める。つづいて、この解を次の段階での試系列としてDP計算を繰り返すことによって、全体的な最適解を得ようとするものである。その場合、有効な試系列のとり方としては、任意の近似解法を選びその近似系列を用いるべきである。ここでCorridorの中が式(2-33)で表わす $v_t$ に相当することに注目すると、最適解は近似系列の近傍にあることが予想され、 $\omega$ をかなり小さくとることができる。その結果、式(2-26)でのオーバーフローの危険性が減少することになり、DDDPの有効性が一層明らかになる。

### 第6節 計算例とその考察

本節では、ダム、評価地点および支川が図2-2に分類した基本的なパターンを構成している制御系に対して、具体的な計算条件すなわちハイドログラフ  $\{I_n(t), q_m(t) : t = 1, 2, \dots, T\}$ 、貯水容量 $V_n$ 、初期条件ならびに最終条件を与えてDP計算を行い、その結果について検討を加える。各近似解法はそれぞれのパターンでの計算例で考察するとともに、本研究で提案した目的関数の近似化法の特性はA-3型で明らかにする。なお、計算例はすべて治水制御を対象にしたものである。

#### (1) 単ダム型(A-1, A-2, A-3)

もっとも基本的なパターンとしてA-1, A-2型があるが、この場合には、どのような凸関数(たとえば  $\{Q(t)\}^2$ )を用いても制御目的が達せられるので適用は省く。A-3型に関しては最適評価関数式(2-26)を用いなければならない。ダムへの流入ハイドログラフが表3-1に示される系列のとき、許容流量が $Q_{1d}=9(\times \text{基本ユニット}(m^3/sec))$ ,  $Q_{2d}=9(\times \text{基本ユニット}(m^3/sec))$ , から $Q_{1d}=6(\times \text{基本ユニット}(m^3/sec))$ ,  $Q_{2d}=8(\times \text{基本ユニット}(m^3/sec))$ になった場合の制御結果が同表の下段に示してある。ただし、貯水量単位は流量単位と操作時間単位で決まるから、流量単位が $m^3/sec$ 、操作単位が $hour$ のときには、貯水量単位は $3,600 m^3$ となる。この表から明らかなように、評価地点の許容流量を変化させること

表3-1 最適評価関数式(2-26)によるA-3型の計算例。

V=20( $\times 3600m^3$ )												
t (hour)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I(t)( $m^3/sec$ )	1	3	5	8	9	7	6	4	3	2	1	1
q <sub>1</sub> (t)( $''$ )	0	0	1	2	3	2	1	1	0	0	0	0
q <sub>2</sub> (t)( $''$ )	0	1	2	3	5	4	2	1	1	1	0	0
Q <sub>1d</sub> =9( $m^3/sec$ ), Q <sub>2d</sub> =9( $m^3/sec$ )												
S(t)( $3600m^3$ )	5	1	0	0	5	14	19	20	20	20	20	20
O(t)( $m^3/sec$ )	5	4	5	3	0	2	5	4	3	2	1	1
Q <sub>1</sub> (t)( $''$ )	5	4	6	5	3	4	6	5	3	2	1	1
Q <sub>2</sub> (t)( $''$ )	5	5	8	8	8	8	8	6	4	3	1	1
K=0.89												
Q <sub>1d</sub> =6( $m^3/sec$ ), Q <sub>2d</sub> =18( $m^3/sec$ )												
S(t)( $3600m^3$ )	5	2	0	1	6	14	18	20	20	20	20	20
O(t)( $m^3/sec$ )	4	5	4	3	1	3	4	4	3	2	1	1
Q <sub>1</sub> (t)( $''$ )	4	5	5	5	4	5	5	5	3	2	1	1
Q <sub>2</sub> (t)( $''$ )	4	6	7	8	9	9	7	6	4	3	1	1
K=0.83												

によって最適放流量系列も変化し、制御目的を満たすように操作が行われていることがわかる。このことは、評価地点に重み $a_m$ を導入した結果であり、許容流量さえ与えることができれば、常に最適な放流量が得られることを意味している。後述する近似解法において、A-3型とみなしてDP計算を行う際にこの評価関数を用いると、制御系が可能な限り平滑化されることはいうまでもない。しかし、システムの規模が大きくなると、この評価関数を用いた制御は実行が困難となる。したがって、計算上の難点（記憶容量、計算時間）が生じた場合だけ近似解法を用いるべきで、最終的には、その近似系列を試系列にとったDDDPによって最適系列を求めるのが望ましい。

近似解法として、まず、目的関数の近似化法を使った結果が表3-2に示されている。同表の\*の付いた

表3-2 目的関数の近似化法によるA-3型の計算例。

$V=75(\times 3600\text{m}^3), Q_{1d}=20(\text{m}^3/\text{sec}), Q_{2d}=30(\text{m}^3/\text{sec})$														
t (hour)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$I(t) (\text{m}^3/\text{sec})$	2	6	12	17	22	25	26	24	20	15	10	6	2	0
$q_1(t) (\text{"/})$	2	4	6	8	9	7	6	5	4	2	1	0	0	
$s(t) (3600\text{m}^3)$	0	0	0	7	20	35	50	62	71	75	75	75	75	75
$q_1(t) (\text{m}^3/\text{sec})$	2	6	12	10	9	10	11	12	11	11	10	6	2	0
$Q_2(t) (\text{"/})$	4	10	18	18	18	18	18	18	16	15	12	7	2	0
Optimal Trajectory														
$s^*(t) (3600\text{m}^3)$	0	0	0	1	8	21	36	51	64	72	75	75	75	75
$q_1^*(t) (\text{m}^3/\text{sec})$	2	6	11	10	9	10	11	11	12	12	10	6	2	0
$Q_2^*(t) (\text{"/})$	4	10	17	18	18	18	18	17	16	16	12	7	2	0

系列は式(2-26)を用いた最適系列である。両者を比較すると、近似解は最適系列よりも洪水継続時間が長くなり、とくに、ピークを遅らせた場合の解は流入量の小さい制御初期から貯留する性質がある。ただ、この方法はP-3型のような複雑な系に対しては、最適系列との一致の度合いが高くなる特性がある。しかし、制御にはその期間までのピーク流量しか対象にされないで、最危険評価地点以外の地点流量はあまり平滑化されないで制御が終了する傾向にある。このような場合、最危険地点以外の許容流量を上げて、ピーク流量との比がどの地点でもほぼ同じ値をとるように置きかえ、それによって解を求めると、ピークの継続時間は長くなるが全体としての平滑化が行えるようである。

DDDPおよび評価関数の近似化法については、計算結果が表3-2の最適評価関数による系列と完全に一致していたので計算例は提示せず、各方法の有効性だけを確認しておく。

一方、利水面に関していえば、利水目的式(2-18)をそのまま目的関数として用いるのであるが、制御結果は治水の場合と同様に、対象とする最低流量の継続時間が最適評価関数式(2-26)を用いた最適流量系列より長くなる性質がある。

評価関数の近似化法においては、全体としての危険率の和を最小化しているので、ピーク流量の増加が予想されるが、表3-1、3-2の入力では最適解と同じ結果が得られた。したがって、凸関数による流況の平滑化や、次章で述べるシステムの大規模化にともなう分解原理の適用、すなわち、評価関数の部分線形化が要求される場合には有効な方法であろう。

(2) 並列型 (P-1, P-2, P-3)

表3-3は2個の並列型のダム群による2次元問題を仮想の単一ダムにおきかえて制御したものである。同表に示すような流況においては、一回のDP計算によって全期間にわたって各制約条件を満足するように配分を行うことができた。このことは、仮想の単一ダムにおきかえてもその解が複数ダムによる最適解に合致していることを示している。さらに、同様の結果が数種の流況でもみられることから、空間基準が無効放流を生じさせない配分方法であり、節減化の有力な方法であるといえる。なお、計算時の評価関数としては凸関数  $D\{Q(t)\} = \{Q(t)\}^2$  を用いた。

表3-4はP-3型に逐次近似法を適用した結果である。ただし、P-2型での適用は、P-3型に含まれるので省略する。その結果によると、式(2-26)の最適評価関数を用いた最適解と同じ系列をとり、しかも、1次あるいは2次で収束している。さらに、他の流況に関しても同様な結果が得られていることから、制御系の規模が小さいことを考慮しても、計算時間や精度の点で非常に効果的な方法といえる。この近似解法はP-1型に対しても適用することができ、空間基準を使って求めた解の最適系列からのずれの大きさを判定する基準にも使えよう。

(3) 直列型 (S-1, S-2)

S-1型の近似解法として仮想の単一ダムにおきかえて解いた結果を表3-5に示した。中段は将来の流入量を考慮した空間基準、下

段は上流側のダムを満杯状態に近づける空間基準を用いた配分結果である。両者を比較すると、評価地点での通過流量は同じであるが、各ダムの貯水量系列は大きく異っている。その理由として、1個の評価地点のために各ダムの持つ自由度が大きく、ダム操作に余裕が生じ、単ダムへの置きかえが有効になることが考えられる。しかし、残流域流量  $\{q_1(t)\}$

表3-3 空間基準を用いたP-1型の計算例。

t (hour)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$I_1(t) (m^3/sec)$	1	3	6	10	14	10	6	5	4	2	1	1
$I_2(t) (〃)$	0	1	2	4	6	7	10	8	3	2	2	1
$V_1=20(x3600m^3), V_2=15(x3600m^3)$												
$S_1(t) (3600m^3)$	4	0	0	0	1	9	16	19	20	20	20	20
$O_1(t) (m^3/sec)$	5	3	6	9	6	3	3	4	4	2	1	1
$S_2(t) (3600m^3)$	2	1	0	0	4	7	8	12	15	15	15	15
$O_2(t) (m^3/sec)$	1	2	2	0	3	6	6	5	3	2	2	1
$Q(t) (〃)$	6	5	8	9	9	9	9	9	7	4	3	2

表3-4 逐次近似法によるP-3型の計算例。

$Q_{1d}=12(m^3/sec), Q_{2d}=12(m^3/sec), Q_{3d}=16(m^3/sec)$ $V_1=10(x3600m^3), V_2=11(x3600m^3)$												
t (hour)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
$I_1(t) (m^3/sec)$	0	0	0	1	2	5	8	7	6	3	1	
$I_2(t) (〃)$	1	3	9	8	6	4	3	1	1	0	0	
$S_1(t) (3600m^3)$	5	3	1	0	0	0	2	7	9	10	10	10
$O_1(t) (m^3/sec)$	2	2	1	1	2	3	3	5	5	3	1	
$S_2(t) (3600m^3)$	5	2	1	5	8	10	11	11	11	11	11	11
$O_2(t) (m^3/sec)$	4	4	5	5	4	3	3	1	1	0	0	
$Q_3(t) (〃)$	6	6	6	6	6	6	6	6	6	3	1	

表3-5 空間基準を用いたS-1型の計算例。

$V_1=20(x3600m^3), V_2=25(x3600m^3)$												
t (hour)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$I_1(t) (m^3/sec)$	1	2	5	10	17	15	11	8	5	3	1	1
$q_1(t) (〃)$	0	0	1	2	3	2	1	1	1	0	0	0
$q_2(t) (〃)$	0	1	2	3	4	3	2	2	2	1	1	0
$S_1(t) (3600m^3)$	2	0	0	0	0	0	11	17	20	20	20	20
$O_1(t) (m^3/sec)$	3	2	5	10	17	4	5	5	5	3	1	1
$S_2(t) (3600m^3)$	5	3	0	1	8	24	25	25	25	25	25	25
$O_2(t) (m^3/sec)$	5	5	5	5	4	5	6	6	6	3	1	1
$Q(t) (〃)$	5	6	7	8	8	8	8	8	8	4	2	1
$S_1(t) (3600m^3)$	2	3	0	1	8	20	20	20	20	20	20	20
$O_1(t) (m^3/sec)$	0	5	4	3	5	15	11	8	5	3	1	1
$S_2(t) (3600m^3)$	5	0	0	0	0	4	16	22	25	25	25	25
$O_2(t) (m^3/sec)$	5	5	5	5	4	5	6	6	6	3	1	1
$Q(t) (〃)$	5	6	7	8	8	8	8	8	8	4	2	1

の変動が大きいときには、ダムの自由度が減少するのですべての制約条件を満たす配分を行えず、最適系列の抽出を何度も行うことが予想される。

最後に、S-2型の近似解(I), (II)による計算例を表3-6に示すが、表より明らかなように、ピーク流量の値には相違がなく、系列がわずかに変化しているだけである。これは貯水容量が小さいので各ダムのもつ自由度が小さいこと、各流量波形がほぼ同じであること、さらに、各許容流量のとり方にも原因があると思われる。したがって、この計算例からどちらの解法がすぐれているかの判断をくだすことはできない。近似解法(II)は、A-3型で制御をするときに下流側の評価地点だけを対象にしたA-2型

で制御を行う方法にも変形でき、それはS-1型の近似解法として使用することができよう。

以上、本章では各基本パターンに対して諸手法を適用したが、それらを一括すると表3-7のようにな

表3-6 近似解法(I), (II)によるS-2型の計算例。

$V_1=20(x3600m^3), V_2=25(x3600m^3), Q_{1d}=6(m^3/sec), Q_{2d}=18(m^3/sec)$													
t (hour)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
$I_1(t)(m^3/sec)$	1	3	5	7	9	8	5	3	2	2	1	1	
$q_1(t)$	0	0	1	1	3	2	2	1	1	0	0	0	
$q_2(t)$	0	1	1	2	4	5	3	2	1	1	1	0	
Approximative method I													
$S_1(t)(3600m^3)$	2	0	0	1	4	12	18	20	20	20	20	20	
$O_1(t)(m^3/sec)$	3	3	4	4	1	2	3	3	2	2	1	1	
$Q_1(t)$	3	3	5	5	4	4	5	4	3	2	1	1	
$S_2(t)(3600m^3)$	5	4	4	6	9	13	17	21	24	25	25	25	
$O_2(t)(m^3/sec)$	4	3	3	2	0	0	1	1	2	2	1	2	
$Q_2(t)$	4	4	4	4	4	5	4	3	3	3	2	1	
Approximative method II													
$S_1(t)(3600m^3)$	2	0	0	2	5	12	18	20	20	20	19	19	20
$O_1(t)(m^3/sec)$	3	3	3	4	2	2	3	3	2	3	1	0	
$Q_1(t)$	3	3	4	5	5	4	5	4	3	3	1	0	
$S_2(t)(3600m^3)$	5	4	4	5	8	13	17	22	25	25	25	25	25
$O_2(t)(m^3/sec)$	4	3	3	2	0	0	0	1	3	3	1	0	
$Q_2(t)$	4	4	4	4	4	5	3	3	4	4	2	0	

表3-7 各種計算法と基本パターンの関係。

	治水制御					利水制御				
	A-3	P-1	P-2 P-3	S-1	S-2	A-3	P-1	P-2 P-3	S-1	S-2
近似化された目的関数	$AO_{1,2}$	$AO_2$	$AO_{1,2}$	$AO_2$	$AO_{1,2}$	$AO_{1,3}$	$AO_3$	$AO_{1,3}$	$AO_3$	$AO_{1,3}$
評価関数の近似化	$AO_1$ $AF_1$	$AF_1$	$AO_1$ $AF_1$	$AF_1$	$AO_1$ $AF_1$	$AO_1$ $AF_2$	$AF_2$	$AO_1$ $AF_2$	$AF_2$	$AO_1$ $AF_2$
空間基準		$SR_1$		$SR_{1,2}$			$SR_1$		$SR_{1,2}$	
逐次近似法		$SI_{1,2}$	$SI_2$			$SI_{1,2}$	$SI_2$			
その他の近似解析				$API_1$ $APII_1$	$API_1$ $APII_{1,2}$			$API_1$ $APII_1$	$API_1$ $APII_{1,2}$	$API_{1,2}$ $APII_{1,2}$
DDDP	$D_{1,2}$	$D_2$	$D_{1,2}$	$D_2$	$D_{1,2}$	$D_2$	$D_{1,2}$	$D_2$	$D_2$	$D_{1,2}$

記号の説明

記号	適用事由	記号	適用事由
$AO_1$	式(2-26)の評価関数ではオーバーフローなどが発生する場合	$SI_1$	$SR_1$ による結果の良否を判定
$AO_2$	破壊、越流の判定	$SI_2$	状態量が多くて記憶容量が不足する場合
$AO_3$	治水の判定	$API_1$	近似解法(I)、計算量の減少
$AF_1$	洪水危険率の合計評価	$API_2$	近似解法(I)、 $Q_{1d}$ 、 $2Q_{2d}$ のとき
$AF_2$	治水危険率の合計評価	$APII_1$	近似解法(II)、計算量の減少
$SR_1$	行来流入量を考慮した空間基準	$APII_2$	近似解法(II)、 $Q_{1d}$ 、 $4Q_{2d}$ のとき
$SR_2$	上流側のダムを満杯にする方法	$D_1$	状態量が多すぎてオーバーフローなどが発生する場合
$SR_3$	下流側のダムを満杯にする方法	$D_2$	状態量が多くて記憶容量が不足する場合



る。こうした結果を考えると、複数ダム・複数評価地点をもつ大規模な制御システムに対する計算手順は次のように要約されよう。すなわち、時間的・空間的に相関性の強いダム、評価地点をいくつかの制御システム（基本パターン）に分割し、これら各サブシステムにおいて表 3-7 より適当な手法を選んで最適系列を求める。最後に、それらを統合することによってトータルシステムの最適制御系を得るというシステム論的アプローチである。なお、統合あるいは結合する方法は次章で述べる。

## 第7節 結 語

本章では、流入量を既知とした場合に、水系全体としての最適制御解が DP による定式化から導けることを述べるとともに、その DP 計算の実行可能性を高めるための諸手法を提案した。前章では、式(2-26)で示される関数は制御目的だけでなく、ピークの継続時間の総和も最小にするという点で合理的な評価関数であることを導いた。したがって、すべての制御システムにおいて、式(2-26)を用いて最適解を求めるのが望ましいことはいうまでもない。しかしそこには、既に述べたように計算上のいくつかの問題が発生する可能性があり、これらに対して次のような方策を考えた。すなわち、第2, 3節で提案した目的関数や評価関数の近似化法を用いたり、各ダムがA-2型を構成しているとみなして近似解を求め、ついで、これらを試系列として式(2-26)を用いたDDDPや第8章で述べる長期間操作法によって、きめの細かい最適解を求めていくというものである。

## 参 考 文 献

- 1) 高棹琢馬, 池淵周一, 小尻利治: 多ダム・多評価地点系の最適操作に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第21号B-2, 1978, pp.193-206.
- 2) 高棹琢馬, 池淵周一, 小尻利治: 複数基準点システムのダム群利水操作について, 土木学会第27回年次学術講演会講演概要集, 第Ⅱ部, 1972, pp. 441-442.
- 3) Mass, A., Hufschmid, M.M., Dorfman, D., Thomas, H.A.Jr., Marglin, S.A. and Fair, G.M.: Design of Water Resources Systems, Harvard Univ. Press, 1962, pp. 448-451.
- 4) 前出2)
- 5) 高棹琢馬, 池淵周一, 小尻利治: 水量制御からみたダム群のシステム設計に関する DP 論的研究, 土木学会論文報告集, No. 241, 1975, pp. 39-50.
- 6) Heidari, M., Chow, V.T., Kototovic, P.V. and Merdith, D.D.: Discrete Differential Dynamic Programming for Approach to Water Resources Systems Optimization, Water Resources Research, Vol. 7, No. 2, 1971, pp. 273-282.

## 第4章 河道流下機構を考慮した多ダム・多評価地点系の最適操作と分割化基準

### 第1節 概 説

第2章でも述べたように、多ダム・多評価地点をもつ大規模システムの最適化は計算機上の制約からその実行が困難である。しかし、制御システムを時間的な観点よりとらえると、ダム残流域の規模、流出および河道流下の時間遅れ、あるいは、各流域の降雨分布の相関構造より、ダムの制御効果の範囲もおのずと限られてくるはずである。すなわち、相関性の強いダム群でサブシステムを構成すると、トータルシステムでの操作は、各サブシステムの操作結果を合理的に結合することによって、トータルシステムでの最適操作と比べ、制御効果があまり減少しないか、あるいは等価になることが考えられる。その結果、記憶容量の大幅な減少、計算時間の短縮が可能となり、実際のダム管理の上からも極めて望ましい状態になる。本章では、図2-2の基本パターンの分類にとどまらず、その分割基準に関する一つの指標を提案するとともに、計算手法の展開を行う。もちろん、こうしたシステムの分割化は、流域の降雨特性や地形特性といった自然条件はもとより、社会・経済的条件によっても異なり明確な基準を普遍的に定めることは困難であるが、一つの基準として、洪水による破堤や低水による渇水の防御を目的としてシステムの分割をはかることにする。

### 第2節 多ダム・多評価地点系の分割化基準

各河川には統計的に与えられる降雨の確率密度関数があり、計画流量（洪水時には高水流量）はその関数をもとに、社会・経済的条件を考慮して、ある年超過確率を定めて決定されている。この計画流量は、前章で述べた評価地点の許容流量あるいは河道疎通能力と考えることができる。したがって、ダム貯水池群による制御目的を各評価地点の流量が計画流量を上回らないように流下させることにあるとすると、ダム群分割の指標は次のようにして与えられよう（図4-1 参照）。

治水について考えると、まず、年超過確率を定め、それに相当する洪水時の総降雨量を求める。この総降雨量を満たす多数の降雨分布群を短期間降雨のシミュレーション法に基づいて発生させる。つづいて、これらの降雨群に流出解析をほどこし、河道あるいはダム貯水池への流入量を求め、以下の手順で制御を行う。

- (i) ダム群を図2-2に示す基本パターンに任意に分割して洪水制御を行い、それらを単純に結合する。
  - (ii) ダム群を分割せず、もとの制御システムでの統合操作を行う。
- (i),(ii)の制御結果に対し、各評価地点で破堤( $K > 1$ )がおこっているか否かを検討する。以上の手順をシミュレートしたすべての降雨分布群に適用し、降雨分布の総数を  $NMAX$ 、(i)の操作で破堤しなかった回数を  $II$ 、(ii)の操作で破堤しなかった回数を  $JJ$  とすると、次の3種類の指標が得られる。すなわち、  
(I)  $II/NMAX$  : その年超過確率における対象とする河川管理施設での安全率、  
(II)  $JJ/NMAX$  : その超過確率において、制御システムを分割化した場合の安全率、  
(III)  $II/JJ$  : サブシステムに分割する指標、

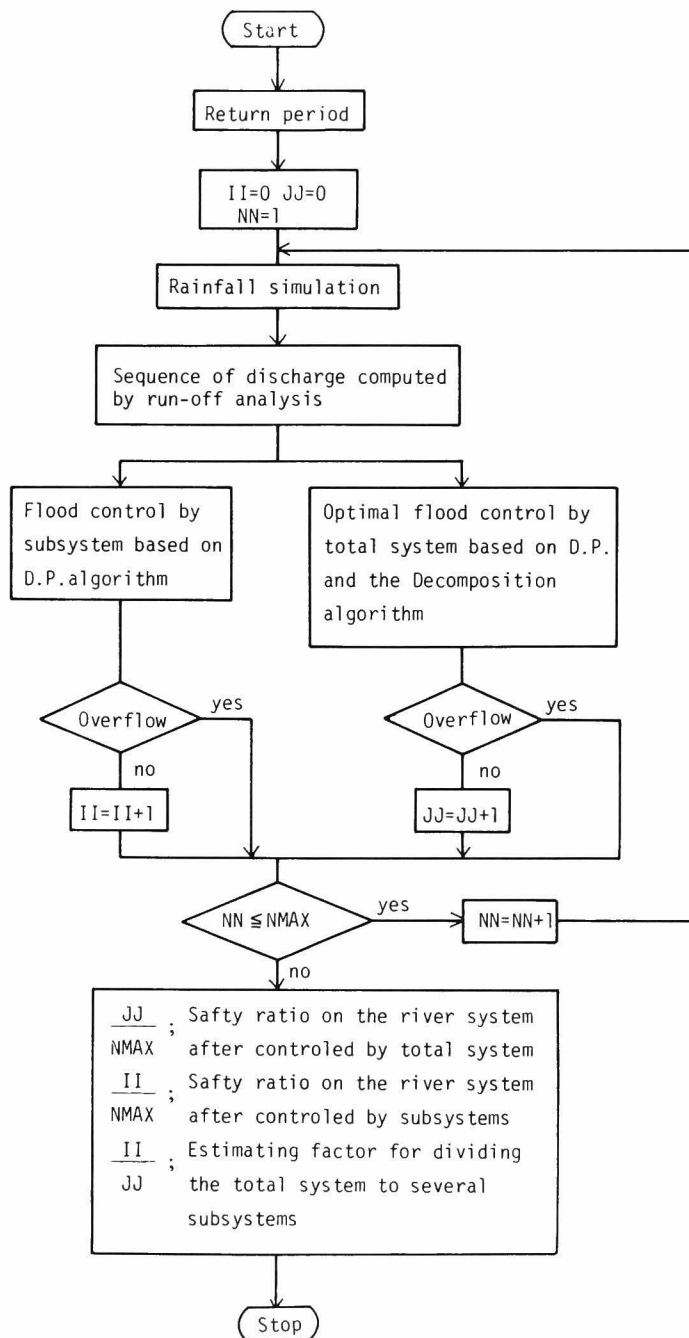


図 4-1 ダム群制御システム分割化のフローチャート。

である。いま、システムの分割基準を  $\theta_{div} (1 \geq \theta_{div} \geq 0)$  とすると、分割の指標  $II/JJ$  が

$$1 \geq II/JJ \geq \theta_{div} \quad \dots\dots\dots (4-1)$$

を満たせば、システムはサブシステムに分割可能といえよう。ただ、この  $\theta_{div}$  のとり方の明確な定義はなく、現在のところ、最も厳しい  $\theta_{div} = 1$  とするのが妥当であろう。

なお、本方法では破堤しないことを対象に議論を進めたが、制御目的を変えると、それに応じて各値 ( $II, JJ$ ) および分割基準  $\theta_{div}$  の考え方も変わることになる。たとえば、制御目的を各評価地点における被害額を最小にするようにとれば、破堤で示した各河川の安全率は算定されず、降雨分布群の適用の結果、被害額の頻度分布、つまり期待値が得られることになる。したがって、分割化の指標も異なり、被害額の期待値の差、あるいは比較などによって分割の可能性を検討しなければならない。

以上のようにして、制御特性からみたダム群管理の基本的なあり方が明らかにされたわけであるが、(i)、(ii) で述べた制御方法を明らかにしなければならない。すなわち、現実に即した制御効果を把握するための河道の流下合流機構を考慮したダム操作の定式化と、計算の実行が困難とされる多ダムでの最適化の方法である。以下では、分割化されたサブシステムでの最適操作と大規模システム（多ダム）での最適操作に分けて定式化を考えよう。

### 第3節 サブシステムにおけるダム群最適操作

既に述べたように、制御システムの分割や実際のダム管理にあたっては、正確な制御効果を把握しなければならない。そうした問題に対処するには、とくに治水時においては、河道の流下現象の非線形を適切に表現し、それをダム操作に組み込むことである。本節では DP および LP に分けて、それぞれに適した流下合流機構を導入して定式化を行うとともに、計算の実行にあたって生ずる種々の問題に対処する方策を提案する。

#### (1) 河道流下機構を含んだダム操作の定式化

##### (a) DP による定式化

洪水追跡法には Kinematic Wave法<sup>1)</sup>、貯留関数法<sup>2)</sup>、線形応答関数法<sup>3)</sup>、不定流解析法<sup>4)</sup> など多数の方法が存在する。本研究では、計算の容易さと多段決定過程への応用という点で貯留関数法を採用する。

いま、図 4-2 で示すように、時刻  $t$  における河道  $w$  への流入量を  $\bar{I}_w(t)$ 、河道内貯留量を  $\bar{S}_w(t)$ 、流出量を  $\bar{O}_w(t)$ 、河道による遅れ時間を  $\tau_w$  とすると、貯留関数は次式によって表わされる。

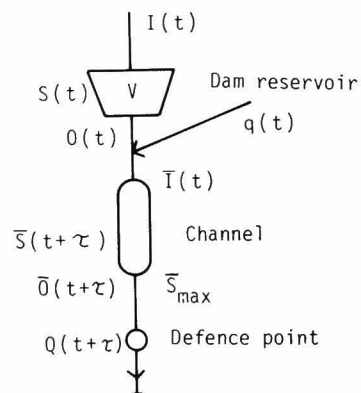


図 4-2 ダム貯水池および河道の記号の説明。

$$\frac{\bar{I}_w(t-1) + \bar{I}_w(t)}{2} - \frac{\bar{O}_w(t + \tau_w - 1) + \bar{O}_w(t + \tau_w)}{2} = \bar{S}_w(t + \tau_w) - \bar{S}_w(t + \tau_w - 1) \quad \dots\dots\dots (4-2)$$

$$\bar{S}_w(t + \tau_w) = \bar{K}_w \{ \bar{O}_w(t + \tau_w) \} \bar{P}_w \quad \dots\dots\dots (4-3)$$

$$Q_m(t + \tau_m) = \bar{O}_w(t + \tau_w) \quad \dots\dots\dots (4-4)$$

ここで、 $\bar{K}_w$  および  $\bar{P}_w$  は河道に与えられる定数であり、式(4-2)の左辺は制御期間  $t$  での平均流入量と平均流出量の差、いいかえると、河道貯留の増加量を表わしている。

つぎに、河道への流入量  $\bar{I}_w(t)$  は上流側にあるダムの放流量と残流域からの流入量  $q_l(t)$  の関数で与えられるが、ここでは線形合流として

$$I_w(t) = \sum_{n=1}^{w_n} O_n(t) + \sum_{l=1}^{w_l} q_l + \sum_{m=1}^{w_m} Q_m(t) \quad \dots\dots\dots (4-5)$$

とおく。ただし、 $w_n$ ,  $w_l$ ,  $w_m$  はそれぞれ、他のダム、河道、評価地点を通らずに河道  $w$  に入っている放流量、残流域流量、評価地点流量の総数である。もちろん、式(4-5)は計算の便宜上の仮定であって、何らかの非線形性を導入することは可能である。結局、貯留関数を含んだダム群操作の定式化は次のようになる。

$$f_t(S_1(t), \dots, S_N(t), \bar{S}_1(t + \tau), \dots, \bar{S}_W(t + \tau_W)) = \min_{\{O_n(t)\}} \left[ \sum_{m=1}^M D_m \{ Q_m(t + \tau_m) + \right. \\ \left. 0 \leq \bar{S}_w(t + \tau_w) \leq S_{wmax} (w = 1, 2, \dots, W) \right. \\ \left. f_{t-1}(S_1(t) + O_1(t) - I_1(t), \dots, S_N(t) + O_N(t) - I_N(t), \bar{S}_1(t + \tau_1) + \frac{\bar{O}_1(t + \tau_1) + \bar{O}_1(t + \tau_1 - 1)}{2} \right. \\ \left. - \frac{\bar{I}_1(t) + \bar{I}_1(t - 1)}{2}, \dots, \bar{S}_W(t + \tau_W) + \frac{\bar{O}_W(t + \tau_W) + \bar{O}_W(t + \tau_W - 1)}{2} \right. \\ \left. - \frac{\bar{I}_W(t) + \bar{I}_W(t - 1)}{2} \} \right] \quad \dots\dots\dots (4-6)$$

なお、この関数漸化式を解く手がかりとして、制御初期段階の決定による関数値が必要であるが、それらは次のようにして一様に与えられる。

$$f_2(S_1(2), \dots, S_N(2), \bar{S}_1(2 + \tau_1), \dots, \bar{S}_W(2 + \tau_W)) = \min_{\{O_n(t)\}} \left\{ \sum_{m=1}^M D_m \{ Q_m(2 + \tau_m) \right. \\ \left. 0 \leq \bar{S}_w(2 + \tau_w) \leq S_{wmax} (w = 1, 2, \dots, W) \right. \\ \left. + f_1(S_1(2) + O_1(2) - I_1(2), \dots, S_N(2) + O_N(2) - I_N(2), \bar{S}_1(2 + \tau_1) + \frac{\bar{O}_1(2 + \tau_1) + \bar{O}_1(1 + \tau_1)}{2} \right. \\ \left. - \frac{I_1(2) + I_1(1)}{2}, \dots, \bar{S}_W(2 + \tau_W) + \frac{\bar{O}_W(2 + \tau_W) + \bar{O}_W(1 + \tau_W)}{2} - \frac{\bar{I}_W(2) + \bar{I}_W(1)}{2} \} \right\} \quad \dots\dots\dots (4-7)$$

$$f_1(S_1(1), \dots, S_N(1), \bar{S}_1(1+\tau_1), \dots, \bar{S}_W(1+\tau_W)) = \sum_{m=1}^M D_m \{Q_m(1+\tau_m)\} \dots \dots \dots (4-8)$$

$$0 \leq S_w(1+\tau_w) \leq S_{wmax} \quad (w=1, 2, \dots, W)$$

ここに、 $\bar{S}_{wmax}$  は河道  $w$  の最大貯留量、 $W$  は河道の総数である。本定式化は式 (4-6) からわかるように、図 4-2 のような制御系では状態量が 2 個、決定量が 1 個の DP アルゴリズムとなり、その計算プロセスは次のようになる。

まず、 $t=1$  ではダムと河道の初期状態  $S_n(0)$ 、 $\bar{S}_w(0+\tau_w)$  が与えられているので、ダムの放流量  $O_n(1)$  を可能な範囲で順次定めると、それに対応して  $S_n(1)$ 、 $\bar{S}_w(1+\tau_w)$ 、 $Q_m(1+\tau_m)$ 、すなわち、 $f_1$  が一意的に決定される。つぎに  $t=2$  では、存在可能なダム貯留状態  $S_n(2)$  に対して放流量  $O_n(2)$  を順次変化させることになる。ある放流量  $O_n(2)$  に対して、貯留量  $S_n(1)$  は一意的に決定されるが、同時に  $\bar{S}_w(2+\tau_w)$  も貯留関数より決定される。その結果、 $t=2$  において、各状態量 ( $S_n(2)$ 、 $\bar{S}_w(2+\tau_w)$ ) での関数値が評価されたことになる。以後、各状態量 ( $S_n(t)$ 、 $\bar{S}_w(t+\tau_w)$ ) に対して、目的関数を最小にするように放流量を選択していくのである。

最後に、最終制御時刻  $T$  において目標とするダム貯留量  $S_n^0(T)$  を与え、それに対応する最終河道状態  $\bar{S}_w(T+\tau_w)$  のうち、目的関数の最小値

$$f_{opt} = \min \{ f_T(S_1^0(T), \dots, S_N^0(T), \bar{S}_1(T+\tau_1), \dots, \bar{S}_W(T+\tau_W)) \} \dots \dots \dots (4-9)$$

$$0 \leq \bar{S}_w(T+\tau_w) \leq \bar{S}_{wmax} \quad (w=1, 2, \dots, W)$$

を最適関数値とする。そのときの河道状態  $\bar{S}_w(T+\tau_w)$  を最適な河道最終貯留量  $\bar{S}_w^{opt}(T+\tau_w)$  とし、これを与える放流量系列が求める最適放流量系列となる。このように河道最終貯留量は計算終了時点で明らかになるので、必然的に前進型計算法を用いている。

#### (b) LP による定式化

つづいて LP による定式化であるが、河道効果として次の線形応答関数を用いる。

$$r(t-\tau^*) = \frac{e^{-(t-\tau^*)/k^*}}{k^*} \dots \dots \dots (4-10)$$

ただし、 $k^*$ 、 $\tau^*$  は線形応答関数における貯留係数と時間遅れである。式 (4-10) より河道  $w$  の流出量は

$$\bar{O}_w(t+\tau_w^*) = \sum_{\tau=\tau^*}^{\infty} r(\tau-\tau^*) \cdot \bar{I}_w(t-\tau+\tau_w^*) \dots \dots \dots (4-11)$$

で与えられる。そこで式 (4-10) による時間配分率を  $\tau_w^\tau$  とおけば、単ダム・単河道・単評価地点系の場合、評価地点の通過流量は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} Q_m(1+\tau_m^*) \\ Q_m(2+\tau_m^*) \\ \vdots \\ Q_m(T+\tau_m^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_w^1 & & & \\ & r_w^2 & r_w^1 & 0 \\ & \vdots & \ddots & \\ & r_w^T & & r_w^1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & & & \\ & 1 & -1 & 0 \\ & & \ddots & \ddots \\ & & 0 & -1 \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_n(1) \\ S_n(2) \\ \vdots \\ S_n(T-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_n(0) + I_n(1) \\ I_n(2) \\ \vdots \\ I_n(T-1) \\ -S_n(T) + I_n(T) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_w(1) \\ q_w(2) \\ \vdots \\ q_w(T) \end{bmatrix} \quad (4-12)$$

式(4-12)にダム群の配置による合流条件を加えると、制御系がLPによって表示されたことになる。そして、目的関係を

$$Z = \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T \{ C_m(t) \cdot Q_m(t + \tau_m^*) \} \rightarrow \min \quad (4-13)$$

と線形でおけば、あとはダムと流量に関する制約、たとえば、破堤や渇水の条件を追加することによって定式化が完成する。

なお、ダム操作の解をLPで求めるのは、目的関数、制約条件が線形で表現されないかぎり、評価関数の線形化や計算機内の記憶容量、計算速度の面からも、DPに比べてあまり有効とはいえない。ただ、本章で提案する分解原理による大規模操作において、ダムの配置に応じてはLPによって操作解を求める時があり、その場合に限って式(4-12)、(4-13)の定式化を用いる。

## (2) 計算過程の改良

河道流下機構を含んだダム群の最適制御問題は、式(4-6)、(4-7)、(4-8)の漸化式を解けばよいが、計算の実行にあたっては次のような問題が発生する。すなわち、(i)従来の計算プロセスのように整数値によって計算が進められると、河道貯留量と河道流出量との間に、式(4-2)、(4-3)が成立せず、河道内の水収支が保持できなくなる。(ii)河道・ダムの増加につれて次元数が増加し、計算機内における記憶容量、計算時間が問題となる。この2つは互いに排反する性質をもっており、離散化の単位を細かくすれば、(i)の水収支はかなり改善されるが、(ii)の問題が飛躍的に増大する。制御の評価方法や次元の節減化に関しては前章の成果をそのまま適用できようが、ここでは、河道貯留を考慮する場合の解決策として、(i)の問題に対しては、河道貯留量を実数値のまま処理して計算を進めることにより水収支を満足することにした。また、(ii)の問題については、次元はそのままに保ち状態変数の変域を制御して状態量を減らす方向と、河道貯留量を状態量と考えず、ダム貯水量だけを状態量とする近似解法を考察した。以下では、上記の3つの方法をそれぞれ、(a)計算過程における水収支の保持、(b)DDDPの適用、(c)河道の状態量を簡略化した近似解法、と題して理論の展開をはかる。

### (a) 計算過程における水収支の保持

一般のDP計算のように、状態量と決定量との関係から次の期間の状態量を求め、それを整数化して状態量の格子点におきかえる方法(以後、整数型と呼ぶ)で計算を行うと、式(4-2)、(4-3)より得られる河道貯留量と河道格子点の値との誤差が大きく、制御終了時には河道の水収支が大幅に狂うことになる。そこで本項では、河道格子点の取り方を変えた計算方法を提案し、計算精度の向上をはかる。

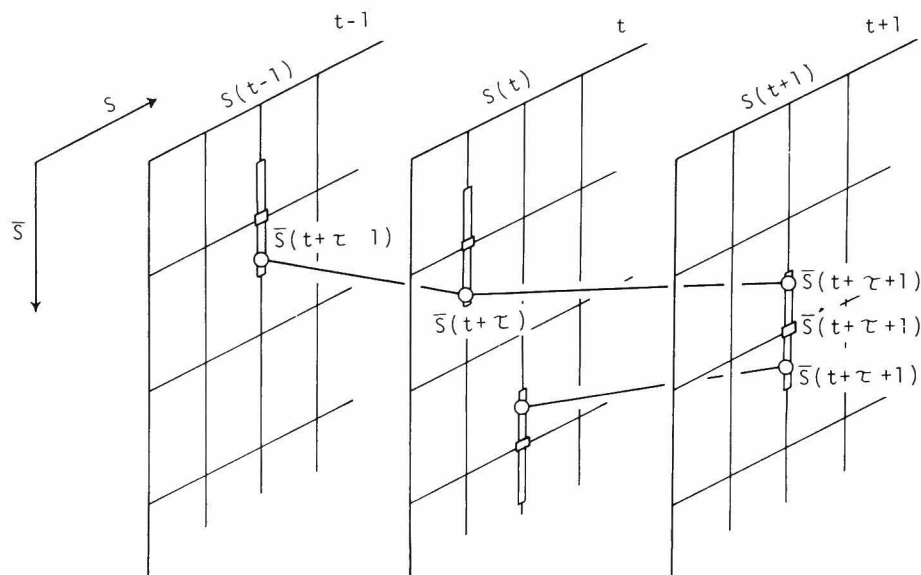


図 4-3 河道において水収支を考慮した DP の計算過程。

すなわち、図 4-3 より明らかなように、河道格子点  $\bar{S}_w(t+\tau_w)$  はその近傍の状態量 ( $\bar{S}'_w(t+\tau_w) \pm 0.5$ ) の代表値とし、別に真の河道貯留量  $\bar{S}_w(t+\tau_w)$  を格子点の関数値として記憶するのである (以後、実数型と呼ぶ)。同図にみられるように、同じ格子点の近傍に数個の河道貯留量が存在するときは、当該制御時刻においてその近傍に到達する状態量系列のうち、目的関数を最小にするものを最適な河道状態として決定すればよい。このように、各時刻で式 (4-2)、(4-3) を満足するように計算が進められると、制御終了時において、ダムはいうまでもなく河道においても水収支が保持された制御特性を示すことになる。表 4-1 は図 4-2 に示す単ダム・単河道・単評価地点系における整数型と実数型での治水制御による計算結果の比較である。目的関数には、ピークのてい減だけを考えた目的関数の近似化法を用いた。同図上段の  $Q(t)$  は整数型の場合の放流量系列、河道貯留量系列をもとに、式 (4-2) より評価地点流量を算定したもので、実数型で得られる流量系列とは大きく異なっており、計算上の誤差が想像できる。一方、計算結果においても整数型では目的関数値が実際より低く評価されることになり、制御上からも実数型の有効性がわかる。ただ、実数型では河道格子点においてその近傍をとる状態量の中で選択を行っており、最適な制御系列より目的関数値が若干悪化する可能性が残る。

#### (b) DDDP の適用

DDDP は決定変数と状態変数の数が等しい “Invertible System” に対して有効とされており、式 (4-6) の関数漸化式で示すように、状態変数と決定変数の数が異なる場合にはその最適解への収束は明らかでない。しかし、ダムの状態量と河道の状態量が決定量である放流量で結ばれている点を利用して、次のような手順で適用をはかった。

いま、実行可能な放流量系列を考え、その放流量系列に対応する貯水量系列をもって試系列と定義する。



表 4-1 河道の水収支を考慮した DP 計算の制御特性。

$V=19(\times 3600\text{m}^3), S(0)=0, S(10)=14(\times 3600\text{m}^3), \bar{P}=0.5, \tau=0.0$ $\bar{S}_{\max}=29(\times 3600\text{m}^3), \bar{S}(0)=10(\times 3600\text{m}^3), Q_d=20(\text{m}^3/\text{sec}), \bar{K}=5.0$										
t (hour)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I(t) (m <sup>3</sup> /sec)	3	6	9	12	15	10	7	5	3	2
q(t) ( ' )	1	3	3	6	8	15	10	6	3	1
Integer Type										
S(t) (3600m <sup>3</sup> )	1	4	0	2	9	18	19	19	12	14
O(t) (m <sup>3</sup> /sec)	2	3	13	10	8	1	6	5	10	0
$\bar{S}(t)$ (3600m <sup>3</sup> )	9	11	13	11	11	11	11	8	9	1
Q(t) (m <sup>3</sup> /sec)	4	4	5	5	5	5	5	3	4	0
max Q(t)/Q <sub>d</sub> =0.25										
Real Type										
S(t) (3600m <sup>3</sup> )	0	0	0	0	7	17	19	19	13	14
O(t) (m <sup>3</sup> /sec)	3	6	9	12	8	0	5	9	5	1
$\bar{S}(t)$ (3600m <sup>3</sup> )	10.0	12.6	15.3	18.9	19.6	19.5	19.4	10.4	16.5	12.4
Q(t) (m <sup>3</sup> /sec)	4.0	6.4	9.3	14.3	15.3	15.1	15.0	10.9	6.1	
max Q(t)/Q <sub>d</sub> =0.756										

つぎに、そのまわりに適当な近傍をとり、ダム貯水量の可能領域とする。また、ダム貯水量に対応する河道の貯留状態の範囲  $\bar{S}_w(t + \tau_w)_{\min}$  と  $\bar{S}_w(t + \tau_w)_{\max}$  を求め、河道状態の可能領域とする。

こうして決定された制御領域において DP 計算を行い、局所的な最適解を求める。つづいて、得られたダム貯水量系列を新しい試系列として各状態量の可能領域を作り、その中で DP 計算を行って、再び局所的な最適解を求める。以上の過程を目的関数値が減少しなくなるまで繰り返し、全体的な最適解を得ようとするものである。図 4-4 は前出の単ダム制御系での DDDP による収束過程を表わしたものである。比較的低次の計算回数で収束していること、さらに DP の定式化をそのまま解いた値に一致していることを考えると、状態変数と決定変数の次数が異なる変則的な問題に対しても DDDP が有効に適用できることが理解できよう。

#### (c) 河道の状態量を簡略化した近似解法

式(4-6)、(4-7)、(4-8)の定式化をそのまま解く方法を仮に厳密解法と呼ぶことにしよう。厳密解法の結果を検討すると、河道の貯留状態は比較的安定した値をとっており、急激に変化していないことがわかる。この傾向は貯留関数の  $\bar{K}_w$  が大きいときに一層強く現われている。また、DDDPにおける河道貯留の可能領域をみると、その変化は極めて限定されており、ダムの貯水状態と深い関係を持つことが認められる。その結果、記憶容量の大幅な節減化と計算時間の短縮のため、つぎのような河道貯留状態を簡略的に表現した近似解法が考えられる。

Conditions:

$$V=19(\times 3600\text{m}^3), S(0)=0$$

$$S(10)=14(\times 3600\text{m}^3), Q_d=14(\text{m}^3/\text{sec})$$

$$\bar{S}_{\max}=10(\times 3600\text{m}^3), \bar{S}(0)=10(\times 3600\text{m}^3)$$

$$\bar{K}=5.0, \bar{P}=0.5, \tau=0.0$$

Results:

$$\max Q(t)/Q_d$$

$$1\text{st. } 0.883$$

$$2\text{nd. } 0.828$$

$$3\text{rd. } 0.787$$

$$4\text{th. } 0.767 \text{ Optimal}$$

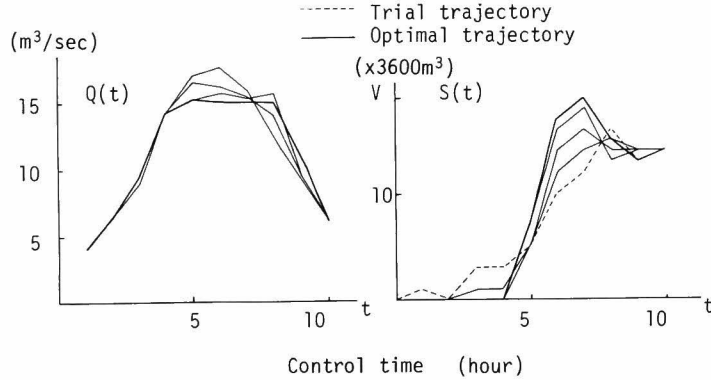


図 4-4 河道の貯留効果を考慮した DDDP の収束状況。

いま、河道の貯留状態がダムの貯水量によって一意的に決定されるとしよう。すなわち、河道貯留量  $\bar{S}_w(t + \tau_w)$  を状態変数と考えず、ある制御時刻の河道状態はその時刻のダム貯水量の関数とするのである。したがって、関数漸化式は

$$\begin{aligned} f_t(S_1(t), \dots, S_N(t)) = \min_{\{O_n(t)\}} \left[ \sum_{m=1}^M D_m \{ Q_m(t + \tau_w) \} + f_{t-1}(S_1(t) + O_1(t) - I_1(t), \right. \\ \left. 0 \leq \bar{S}_w(t + \tau_w) \leq \bar{S}_{w\max} \ (w = 1, 2, \dots, W) \right. \\ \left. \dots, S_N(t) + O_N(t) - I_N(t) \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4-14)$$

$$\begin{aligned} f_1(S_1(1), \dots, S_N(1)) = \sum_{m=1}^M D_m \{ Q_m(t + \tau_w) \} \\ 0 \leq \bar{S}_w(t + \tau_w) \leq \bar{S}_{w\max} \ (w = 1, 2, \dots, W) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4-15)$$

となり、これに合わせて河道貯留状態を表わす関数

$$\bar{S}_w(t + \tau_w) = g_w(S_1(t), \dots, S_{wn}) \quad \dots\dots\dots (4-16)$$

が用いられる。ここに、 $g_w(\cdot)$  は河道  $w$  より上流に位置する  $wn$  個のダムの貯水状態によって与えられる河道貯留量である。

表 4-2 は、治水制御における近似解法と厳密解法による適用例の比較であるが、近似解法は目的関数値が悪くなっているものの、ピークのてい減をはかっており、制御目的は十分達しているものといえよ

表 4-2 厳密解法と近似解法による制御特性の比較。

$V=19(\times 3600\text{m}^3), S(0)=0, S(10)=10(\times 3600\text{m}^3), \bar{P}=0.5, \tau=0.0,$ $\bar{S}(0)=10(\times 3600\text{m}^3), \bar{S}_{\max}=29(\times 3600\text{m}^3), Q_d=20(\text{m}^3/\text{sec}), \bar{K}=5.0$										
t (hour)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I(t) (m <sup>3</sup> /sec)	2	1	2	3	3	4	5	4	3	2
q(t) (ク)	1	0	0	1	2	3	3	2	1	1
Exact Method										
S(t) (3600m <sup>3</sup> )	2	2	0	1	4	8	13	15	17	10
O(t) (m <sup>3</sup> /sec)	0	1	4	2	0	0	0	2	1	9
$\bar{S}(t)$ (3600m <sup>3</sup> )	8.3	7.2	8.4	8.5	8.0	8.2	8.4	9.1	8.3	12.3
Q(t) (m <sup>3</sup> /sec)	2.7	2.1	2.8	2.9	2.5	2.7	2.8	3.3	2.8	6.0
max Q(t)/Q <sub>d</sub> =0.30										
Approximative Method										
S(t) (3600m <sup>3</sup> )	2	3	5	8	11	15	19	19	19	10
O(t) (m <sup>3</sup> /sec)	0	0	0	0	0	0	1	4	3	11
$\bar{S}(t)$ (3600m <sup>3</sup> )	8.3	6.6	5.4	5.3	5.9	7.0	8.2	10.1	10.1	14.1
Q(t) (m <sup>3</sup> /sec)	2.7	1.7	1.7	1.1	1.4	1.9	2.7	4.1	4.1	8.0
max Q(t)/Q <sub>d</sub> =0.40										

う。ただ、近似解法では河道貯留量の決定が将来に及ぼす影響は何ら考慮されずに行われるため、制御初期にダムで貯留する傾向があり、その結果としてのピーク流量の増大が考えられる。また、同表より明らかなように、河道貯留量、評価地点流量とも時間と共に増加の傾向にあるが、これは制御期間が短かく、河道がまだ満杯になっていないことや、制御終了時の河道貯留を多くするとその分だけ評価地点流量の総和が減り、ピークのてい減が進むことが考えられる。したがって、目的関数を最小にする範囲内で制御終了時の河道貯留量が大きくなるわけで、ピーク後の制御期間を長く取ると、河道貯留量、評価地点流量の減少が表われるであろう。

### (3) 適用と考察

前項までの各計算法の検証のために、淀川流域（木津川流域）高山ダムによる制御結果について考察しよう。制御システムは加茂を評価地点とすれば、河道が長いために単ダム・2河道・単評価地点系となる（図4-12参照）。適用には、1953年13号台風（略称T.5313）と1972年20号台風（同T.7220）を用い、目的関数の近似化法による治水制御を行った。ダムの容量は $35.4 \times 10^6 \text{ m}^3$ 、評価地点の許容流量は $4650 \text{ m}^3/\text{sec}$ 、ダムの初期状態は0、最終状態は満杯とし、貯留関数の各係数は第5節で行う淀川水系での適用で同定した値を用いる（表4-6参照）。

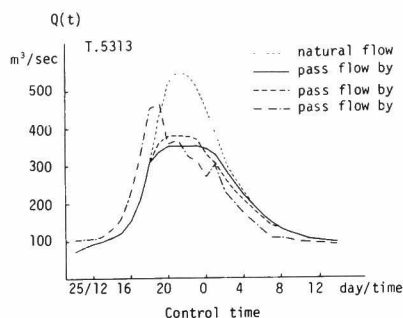


図 4-5 各計算法による制御特性  
の比較 I ( T.5313 )。

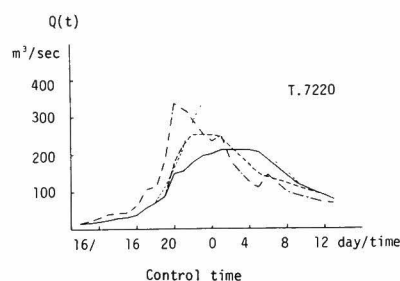


図 4-6 各計算法による制御特性  
の比較 II ( T.7220 )。

図 4-5, 4-6 は以上の条件のもとでの制御結果であるが, (i) 式 ( 4-6 ) で示す貯留関数を含んだ定式化をそのまま解いた場合, (ii) 河道の状態量を簡略化した近似解法を用いた場合, (iii) 放流量がそのままのボリュームで評価地点を通過するとして制御を行い, その後, 貯留関数によって評価地点流量を求めた場合, の 3 種類の制御を合わせて示してある。ただし, DP 計算においてはダムや放流量を大きくとるため, 全ケースで DDDP を適用した。図より明らかなように, (iii) の方法で制御を行うと, 制御初期にかなり大きなピークが発生している。原因としては, 計算過程で河道の貯留効果を含まないことがあげられ, とくに T.7220 では自然流量と比較してピークのてい減が少なく, ダムによる制御効果が正しく評価されていない。こうした計算例からも, 河道流下機構を含んだ定式化の意義が明らかとなろう。

一方, 近似解法と式 ( 4-6 ) を用いた厳密解を比較すると, T.5313 ではピーク値で約  $20 \text{ m}^3/\text{sec}$  程度の相違にすぎず, ハイドログラフの形状もほぼ似かよった良好な流況が得られている。ところが, T.7220 ではピーク値で約  $50 \text{ m}^3/\text{sec}$  の相違があり, ハイドログラフもかなり異なっている。以上の点を考えると, 近似解法による制御効果を結論づけるのは早計かもしれないが, ピークのてい減の目安を求めるときや, 計算機の性能が低い場合には有効な手法となろう。

#### 第 4 節 分解原理によるトータルシステムの最適操作

ダム群制御システムの分割化を考えるにはトータルシステムでの制御が重要な情報となるが, 多数のダム・河道系に対して DP の定式化をそのまま解くのは, 計算機上, 極めて不利である。しかし, ダム群制御問題を LP で表示すると, 独立した部分ユニットが時間的あるいは空間的に連結された形になっている。また, その係数行列に非ゼロ成分の占める割合は非常に少なく, システムの配列は対角構造をもったブロック状になる傾向にある。本研究では上記の点に着目し, このような対角ブロック構造をもつ制御問題の解法として, Dantzig-Wolf の提案した分解原理 ( Decomposition Method ) が極めて有力であることを示し, 分割化基準におけるトータルシステムでの解法にしようとするものである。基本的な考え方はカリフォルニア水計画の中でもとり入れられているが<sup>5)</sup> 本研究ではより具体的に, かつ, ダム操作における DP の有効性を保持した形で用いている。

(1) 分解原理によるシステムの分割

分解原理のアルゴリズムの詳細については文献にゆずり<sup>6)</sup>、ここではダム群制御システムへの適用についてのみ述べる。評価関数としては後項で触れるように部分線形化が可能なものを用いるので、線形関数として議論を進める。

まず、水系がダムに応じて  $N$  個のブロック（部分問題）に分割できるとすれば、水系全体の制約条件および各ブロックの制約条件は次のように表示される。

水系全体の制約条件：

$$\sum_{n=1}^N \mathbf{A}_n \cdot [\{S_n(t)\}, \{O_n(t)\}, \{Q_{m(n)}(t)\}] = \mathbf{b}_0 \quad \cdots \cdots (4-17)$$

$n$  番目のブロックの制約条件：

$$\mathbf{B}_n \cdot [\{S_n(t)\}, \{O_n(t)\}, \{Q_{m(n)}(t)\}] = \mathbf{b}_n \quad (n = 1, 2, \cdots, N) \quad \cdots \cdots (4-18)$$

ここに、 $\mathbf{A}_n$ 、 $\mathbf{B}_n$  はブロック  $n$  での係数行列、 $\mathbf{b}_0$  は水系全体の結合を表わす列ベクトル、 $\mathbf{b}_n$  はブロック  $n$  での列ベクトルである。 $\{Q_{m(n)}(t)\}$  をダム  $n$  の影響を直接受ける評価地点流量とすると、もとの問題は上記の条件のもとで、目的関数

$$Z = \sum_{n=1}^N \mathbf{C}_n' \cdot [\{S_n(t)\} \cdot \{O_n(t)\} \cdot \{Q_{m(n)}(t)\}] \quad \cdots \cdots (4-19)$$

を最大（あるいは最小）にする放流量系列を求めることになる。ただし、 $\cdot$  は行ベクトルを表わす。

ところで、 $\mathbf{x}_n = [\{S_n(t)\}, \{O_n(t)\}, \{Q_{m(n)}(t)\}]$  とおくと、式 (4-18) を満たす  $\mathbf{x}_n$  は、一般に凸線形結合で表わすことができる。すなわち、

$$\mathbf{x}_n = \sum_{j=1}^{\ell_n} \mu_n^j \mathbf{x}_n^j \quad \cdots \cdots (4-20)$$

$$\sum_{j=1}^{\ell_n} \mu_n^j = 1 \quad \cdots \cdots (4-21)$$

$$\mu_n^j \geq 0 \quad (n = 1, 2, \cdots, N) \quad \cdots \cdots (4-22)$$

ただし、 $\mathbf{x}_n^j$  は式 (4-18) を満たす  $\mathbf{x}_n$  で形成される凸多面体の端点、 $\ell_n$  は用いる端点の総数である。

式 (4-20) を式 (4-19) に代入すると、 $\mu_n^j$  を新しい変数とする次の LP 問題が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^{\ell_n} \mathbf{A}_n \mu_n^j \mathbf{x}_n^j &= \mathbf{b}_0 \\ \sum_{j=1}^{\ell_n} \mu_n^j &= 1 \\ \mu_n^j &\geq 0 \quad (n = 1, 2, \cdots, N) \\ Z^0 &= \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^{\ell_n} \mathbf{C}_n' \cdot \mu_n^j \cdot \mathbf{x}_n^j \rightarrow \max (or \min) \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (4-23)$$

上式を限定された主問題と呼び、最適解 $\{\mu_n^j\}$ 、 $Z^0$ および式(4-23)の第1式、第2式に対応するシンプレックス乗数 $\pi'_0$ 、 $\pi_n$ ( $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N$ :すなわち Shadow Price)が得られる。ただし、 $\pi'_0$ は式(4-17)に対応したベクトルであり、 $\pi_n$ は $\mu_n^j$ に対応するスカラーである。

ここにおいて、 $Z^0$ をさらに増加できる $\mathbf{x}_n$ は存在しないが、それ以外にも多くの基底解は存在するはずである。したがって、 $N$ 個の部分問題について、 $Z^0$ の増加に寄与する他の $\mathbf{x}_n$ をさがすことが必要となり、それは次の部分問題を解くことにほかならない。

$$\begin{array}{l} B_n \cdot \mathbf{x}_n = b_n \\ \mathbf{x}_n \geq 0 \\ Z_n^0 = \{C'_n - \pi'_0 A_n\} \cdot \mathbf{x}_n \rightarrow \max (or \min) \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. \quad \dots\dots\dots (4-24)$$

式(4-24)の解 $\mathbf{x}_n^{L_{n+1}}$ と $\mathbf{x}_n^1, \mathbf{x}_n^2, \dots, \mathbf{x}_n^{L_n}$ を用いて再び式(4-23)の限定された主問題を形成し、最適解を決定する。以上の計算を各最適値 $Z^0$ が減少しなくなるまで繰り返すわけであるが、最終値、すなわち部分問題の解 $Z_n^0$ は最適基準

$$Z_n^0 - \pi_n \geq 0 \quad \dots\dots\dots (4-25)$$

を満たしており、 $Z^0$ がもとの問題での最適値であることは明らかである。なお、定式化の都合上、LPで説明を行ったが、式(4-24)の新しい $\mathbf{x}_n^{L_{n+1}}$ の決定は一般の最適化問題に等しく、部分問題にDPを用いることができる。その結果、制御目的に対応した非線形評価関数をそのままの形で用いることもでき、広汎な水量制御が対象となる。図4-7は以上の手順をフローチャートで示したものである。具体的なダム制御系への適用方法としては、図4-8のような並列型では、各ダムと直下流の評価地点が部分問題を構成し、その結果と、合流条件および合流後の評価地点が限定された主問題となる。一方、直列型では下流のダムが上流のダムに対して従属関係にあり、各ダムを独立な部分問題とすることができない。しかし、連続する2個のダムをとり出して考えれば、上流側を部分問題とし、下流側を主問題に組み入れて解くことができる。したがって、図4-9のような場合、まず最上流のダム1, 2を考え、それぞれ部分問題、限定された主問題として最適化をはかる。つづいて、その結果をダム1, 2からなる部分問題の解とみなし、ダム3で限定された主問題を構成する。こうして次第にダム数を増加していくと、最終的にトータルシステムでの最適解が得られる。もちろん、直列型の限定された主問題では、前節で述べたLPによる定式化が行われる。

## (2) 非線形評価関数の部分線形化

非線形評価関数は、制御目的を満足すると同時に流況の平滑化にも貢献しており、水量制御での重要な役割を演じている。そこで本項では、LP計算である限定された主問題の最適解を求める大規模システムに対しても、非線形評価関数(たとえば評価関数の近似化法)を用いてダム操作による制御効果を発揮すべく、非線形関数の部分線形化について考察を行おう。

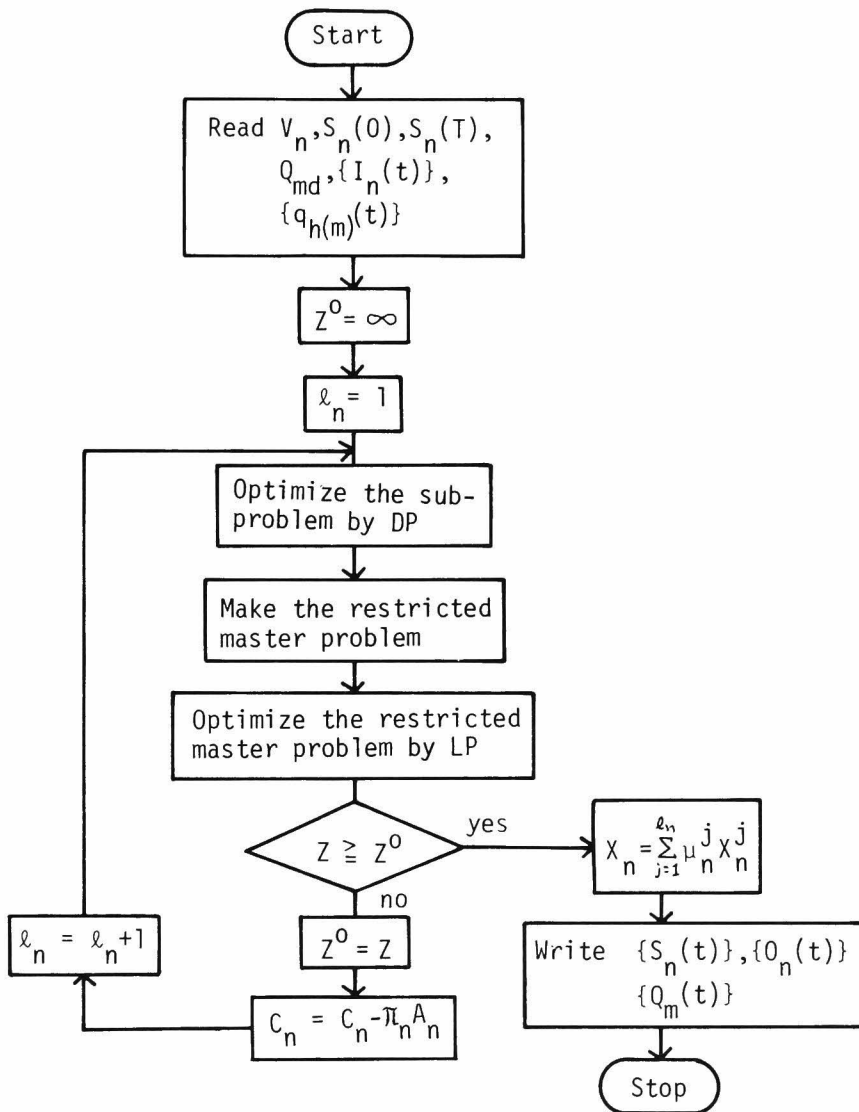


図 4-7 ダム群制御システムにおける分解原理の適用手順。

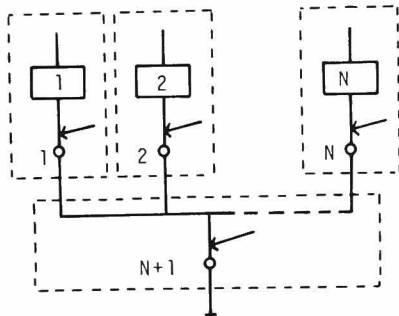


図 4-8 並列型ダム群の分割方法。

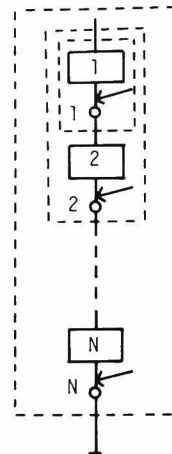


図 4-9 直列型ダム群の分割方法。

(a) 凸関数

式 (2-26) や式 (3-11) のような曲線であり、この関数の部分線形化は極めて容易である<sup>7)</sup>。いま、図 4-10 のような分割を考えよう。すなわち、

$$0 \leq U_m^y(t) \leq Q_{md}^y(t) - Q_{md}^{y-1}(t) \quad \dots\dots\dots (4-26)$$

$$U_m^{\bar{y}}(t) = Q_{md}^{\bar{y}}(t) - Q_{md}^{\bar{y}-1}(t) \quad (\bar{y} = 1, 2, \dots, y-1) \quad \dots\dots\dots (4-27)$$

$$U_m^{y'} = 0 \quad (y' = y+1, \dots, Y) \quad \dots\dots\dots (4-28)$$

とすれば、関数と流量はそれぞれ

$$D_m\{Q_m(t)\} \simeq \sum_{y=1}^Y C_m^y(t) \cdot U_m^y(t) \quad \dots\dots\dots (4-29)$$

$$Q_m(t) = \sum_{y=1}^Y U_m^y(t) \quad \dots\dots\dots (4-30)$$

となる。ここに、 $Y$  は分割区間の総数を示す。以上の条件より目的関数は

$$Z \simeq \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \sum_{y=1}^Y C_m^y(t) \cdot U_m^y(t) \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (4-31)$$

でおきかえられる。さいわい、最小化問題では  $C_m^1(t), C_m^2(t), \dots$  の値が順次増加するため、原点に近い方の  $U_m^y(t)$  からその上昇巾 ( $Q_{md}^y(t) - Q_{md}^{y-1}(t)$ ) を満たしていけばよい。結局、定式化には式 (4-27)、

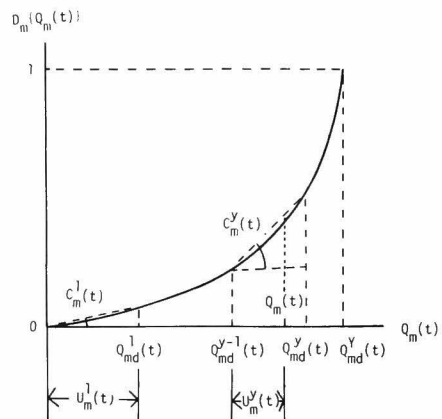


図 4-10 凸関数における部分線形化。



(4-28) の制約は不要になり、式(4-26)だけで流量の条件式(4-30)が成立する。また、目的関数値はもとの場合と比較して若干危険側になるが、制御面からいえば安全側となり、評価関数の近似値として採用できる。

### (b) 凹関数

流量の増加につれて関数の増分が減少する図4-11の評価関数の最小化問題を考えよう。凸関数のように式(4-26)だけでは流量の小さい方が関数の変化率が小さいので、 $U_m^y(t)$ が0になるにもかかわらず、 $U_m^{y+1}(t)$ が値をもつ場合があり、式(4-30)の意味が失われる。したがって、式(4-27)、(4-28)を含めた制御問題となり、定式化は次のようになる。すなわち、式(4-26)、(4-29)、(4-30)、(4-31)のほかに、整変数  $\alpha_m^y$  (0 or 1) を導入し、

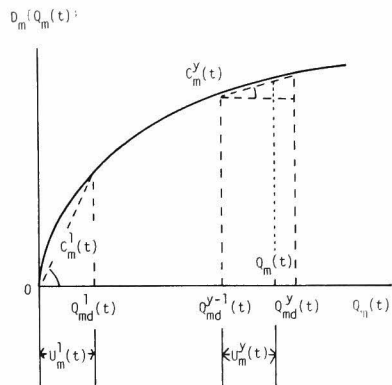


図4-11 凹関数における部分線形化。

$$U_m^y(t) - \alpha_m^y \cdot (Q_{md}^y(t) - Q_{md}^{y-1}(t)) \geq 0 \quad \dots\dots\dots (4-32)$$

$$-U_m^{y+1}(t) + \alpha_m^y \cdot (Q_{md}^{y+1}(t) - Q_{md}^y(t)) \geq 0 \quad \dots\dots\dots (4-33)$$

なる条件を加えることによって、定式化が終了する。上式は混合整数問題であり、(a)の方法と比較して変数や制約条件が多くなる。また、図のような線形化では目的関数値が真の値より減少することになり、実際に用いるのは接線を利用した部分線形化が必要であろう。ただし、本線形化は流量の条件式(4-27)、(4-28)を重視したものであり、単に凹関数に限らず任意の曲線に関しても適用でき、とくに、便益関数を用いて評価を行う場合のように、形状が明白でない関数には有効であろう。

### (3) 部分問題での非線形評価関数

以上のようにして、非線形評価関数を部分線形化すれば線形問題として解くことができる。限定された主問題では前述の方法をそのまま定式化に導入すればよいが、部分問題では Shadow Price  $\pi'_0$  によって評価関数を

$$\bar{C}_m^y(t) = C_m^y(t) - E_m(t) \quad \dots\dots\dots (4-34)$$

と変換して、新たな端点を求める必要がある。ここに、 $E_m(t)$ は  $\pi'_0 \cdot \mathbf{A}_m$ を各評価地点別に分解したものである。部分問題の解法にDPを用いる場合には、式(4-34)より関数の傾きを新たに求めなくても、以下の計算によって簡便に表現できる。すなわち、任意の評価関数を  $g_m\{Q_m(t)\}$  とすると、部分線形化による新しい評価関数  $\bar{g}_m\{Q_m(t)\}$  において

$$\bar{g}_m\{Q_{md}^y(t)\} = \bar{C}_m^y(t) \cdot \{Q_{md}^y(t) - Q_{md}^{y-1}(t)\} + \bar{g}_m\{Q_{md}^{y-1}(t)\} \quad \dots\dots\dots (4-35)$$

が成立する。また、式(4-34)より

$$\bar{C}_m^y(t) = \frac{g_m \{ Q_{md}^y(t) \} - g_m \{ Q_{md}^{y-1}(t) \}}{Q_{md}^y(t) - Q_{md}^{y-1}(t)} - E_m(t) \quad \dots\dots\dots (4-36)$$

であるから

$$\begin{aligned} \bar{g} \{ Q_{md}^y(t) \} - \bar{g}_m \{ Q_{md}^{y-1}(t) \} &= g_m \{ Q_{md}^y(t) \} - g_m \{ Q_{md}^{y-1}(t) \} \\ &\quad - E_m(t) \{ Q_{md}^y(t) - Q_{md}^{y-1}(t) \} \quad \dots\dots\dots (4-37) \end{aligned}$$

となる。さらに、式(4-37)の漸化式と末端条件より

$$\bar{g}_m \{ Q_{md}^y(t) \} = g_m \{ Q_{md}^y(t) \} - E_m(t) \cdot Q_{md}^y(t) + E_m(t) \cdot Q_m^0(t) \quad \dots\dots\dots (4-38)$$

が成立する。ただし、 $Q_m^0(t)$ は対象とする流量の最小値である。ここで、部分線形化の分割を細かくしていくと、

$$\bar{g}_m \{ Q_m(t) \} = g_m \{ Q_m(t) \} - E_m(t) \cdot Q_m(t) + E_m(t) \cdot Q_m^0(t) \quad \dots\dots\dots (4-39)$$

が得られる。図4-10、4-11のような評価関数では $Q_m^0(t) = 0$ となって右辺第3項が消え、一層、簡単になる。このように、部分問題にDPを用いると、非線形評価関数が式(4-39)で示すようにそのままの形で使用可能であり、流況の平滑化の点でも有利である。したがって、評価関数には非線形関数を用い、部分問題の最適化にはDPを適用して水系全体の最適化をはかるのが最も効果的といえよう。

## 第5節 適用と考察

淀川流域のダム群管理システムは図4-12に示すようにダム数が4、評価地点数が4の多次元問題である、現在得られている被害額は破堤することを前提にピーク流量より算定され、しかも、その関数が分割数の少い(1~2個)折れ線グラフとして与えられている<sup>8)</sup>したがって、可能な限り破堤をおこさないように水系の安全性をめざす本水量制御問題の評価関数には不適當である。また、被害額の総和の最小化をはかる場合の評価関数としても、評価値の大部分が線形であるため、流況の平滑化は顧みられない。そこで本節では、システムの分割化の適用例として、淀川水系における洪水制御システムを対象とするが、制御目的そのものは河道の疎通能力内での破堤・氾濫防止を第1目的としており、計算機上の諸問題をも考慮して、制御目的に評価関数の近似化法(危険率の最小化)を採用した。

### (1) トータルシステムでの定式化

制御システムの目的関数は、前述の評価関数の近似化法より危険率関数の和

$$Z = \sum_{t=1}^T [D_N \{ Q_N(t) \} + D_U \{ Q_U(t) \} + D_K \{ Q_K(t) \} + D_H \{ Q_H(t) \}] \quad \dots\dots\dots (4-40)$$

とした。ただし、式中の添字は各評価地点を示し、その地点の頭文字である。ここで考慮しなければならないのは高山ダムの取り扱いである。同ダムは青蓮寺、室生ダムの下流に位置し、両ダムに対して従属関係にある。これは図4-9の直列ダム群の場合に相当し、ダムでの連続式を限定された主問題の制約の一

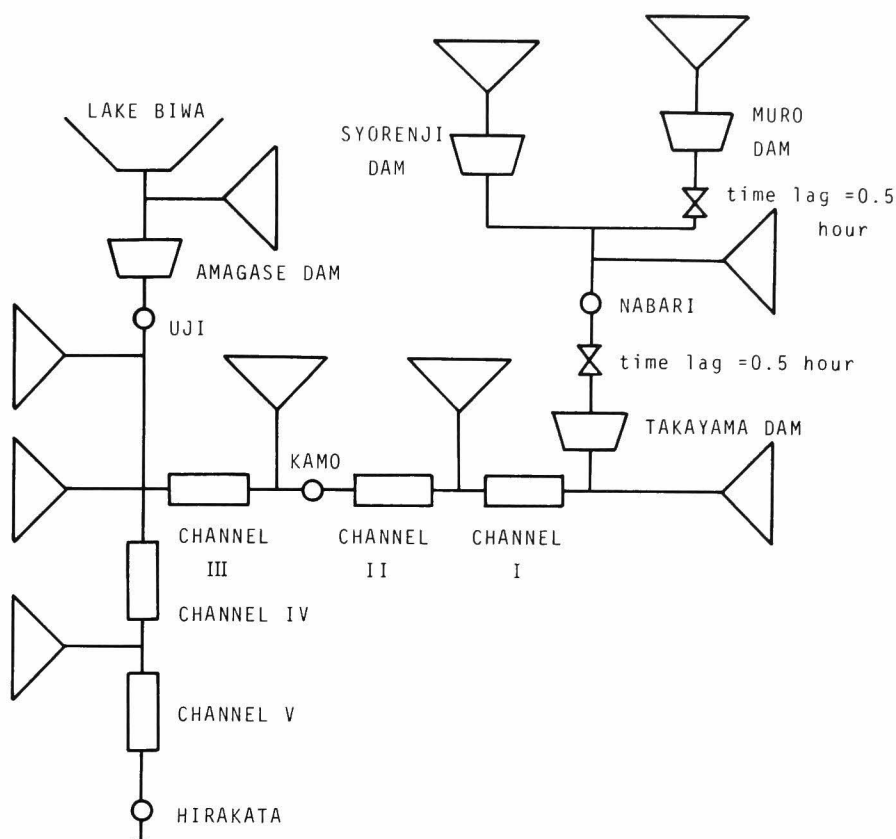


図 4-12 淀川流域におけるダム群制御システムの模式図。

部としなければならない。また、下流の評価地点（加茂、枚方）では部分線形化が必要となり、結局、限定された主問題は表 4-3 のようになる。

一方、部分問題はつぎのように考えた。琵琶湖に関しては、その有効貯水容量が極めて大きく、他のダムと同一レベルでの操作は困難であるとみなし、瀬田川洗堰のゲート操作は制御対象よりはずした。したがって、天ヶ瀬ダムではその流入量を自然流量（瀬田川放流量＋残流域流量）にもち、宇治を評価地点とする単ダム・単評価地点系と考えた。また、計算時には DDDP を採用し、計算時間の短縮と計算時貯水容量の拡大をはかった。青蓮寺ダム、室生ダムは名張地点を共通の評価地点としており、並列 2 ダム・単評価地点系の部分問題となる。両ダムをそれぞれ単独の部分問題とし、名張地点を限定された主問題とすることも可能であるが、逐次近似法と DDDP の併用によって非線形関数による操作が可能になるので、ここでは同一の制御系とした。各ダムの諸元、評価関数、河道定数はそれぞれ表 4-4、4-5、4-6 に示すとおりである。

図 4-13、4-14 の実線は、1953 年の 13 号台風（略称 T. 5313）、1956 年の 15 号台風（同 T. 5615）の各出水に適用した制御結果である。ただし、制御期間は  $T=15$ 、限定された主問題における部分線形



表 4-4 淀川流域の洪水制御システム  
におけるダム容量（治水用）。

AMAGASE DAM	20.0×10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup>
TAKAYAMA DAM	35.4
SYORENJI DAM	8.4
MURO DAM	7.75

表 4-5 評価地点の許容流量および評価関数。

Defence Point	Allowable Flow	Criterion Function
Nabari	3300 t/sec	$1-\ln (3301-Q_N(t))/8.10$
Uji	900	$1-\ln (901-Q_U(t))/6.80$
Kamo	4650	$1-\ln (4651-Q_K(t))/8.44$
Hirakata	12000	$1-\ln (12001-Q_H(t))/9.39$

表 4-6 淀川流域における河道定数。

	Storage function				Linear response function	
	$\bar{S}_{max}$ m <sup>3</sup> ·hr/sec	$\bar{K}_w$	$\bar{P}_w$	$\tau_w$ hr	$K_w^*$	$\tau_w^*$ hr
CHANNEL I	5060.0	74.2	0.5	0.15	3.27	0.05
CHANNEL II	5592.0	82.0	0.5	0.18	3.20	0.30
CHANNEL III	15548.0	228.0	0.5	0.49	2.85	0.40
CHANNEL IV	26094.0	313.0	0.5	0.47	2.23	0.16
CHANNEL V	31429.0	377.0	0.5	0.47	2.85	0.26

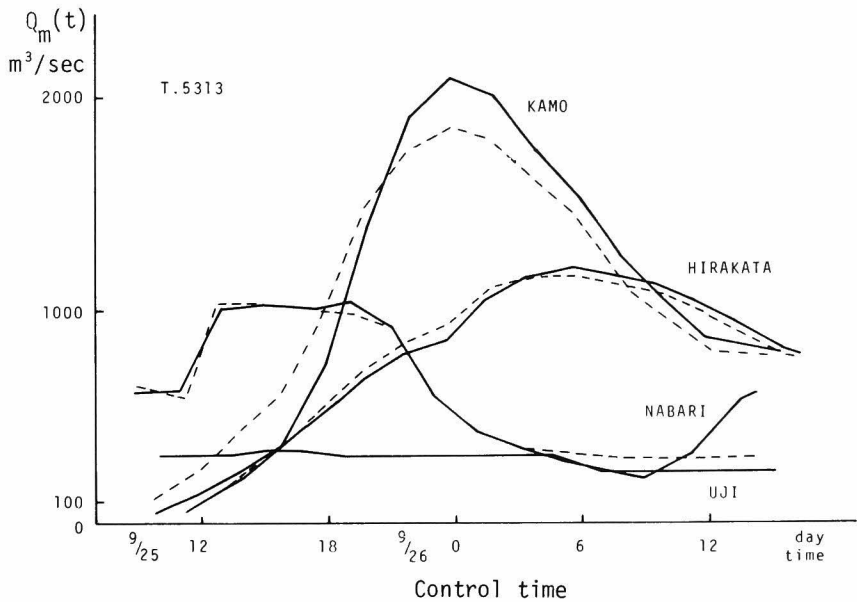


図 4-13 淀川流域での適用結果 I（T. 5313）。

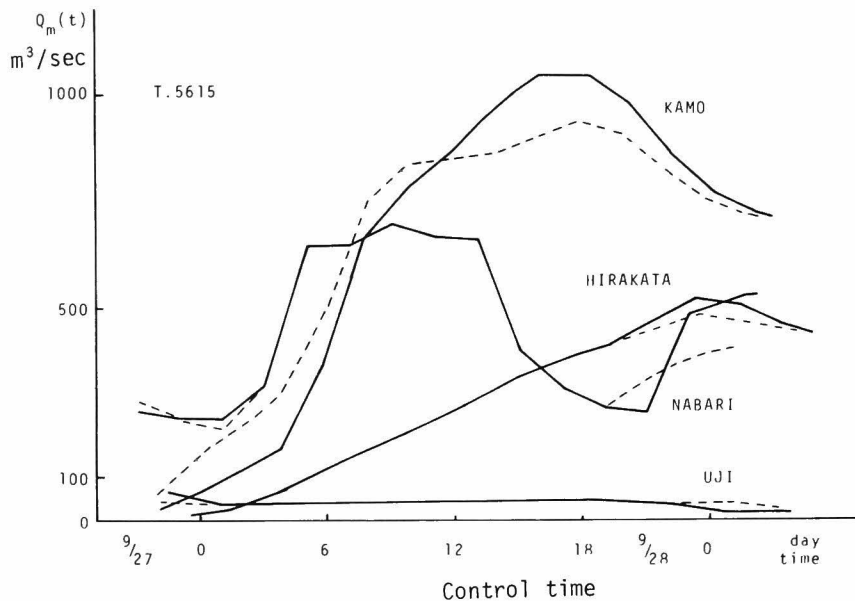


図4-14 淀川流域での適用結果Ⅱ (T. 5615)。

化の分割数は  $Y=3$  で、分割点は  $Q_{md}^1 = \frac{1}{2} Q_{md}$ ,  $Q_{md}^2 = \frac{5}{6} Q_{md}$ ,  $Q_{md}^3 = Q_{md}$  である。ただし、ダム貯水状態は、初期条件を有効治水容量の10%、最終条件を同じく80%としてかなり余裕を残した。

図より明らかなように、各評価地点流量は許容流量を大巾に下回っており、制御目的は満たされている。さらに、対象とした出水では瀬田川洗堰の影響が大きく天ヶ瀬ダムの操作に余裕が生じ、宇治地点の流況はほぼ完全に平滑化されている。同様に、名張地点でも流況の平滑化が進んでいるが、制御終了時近くに流量の増加がみられる。これは、高山ダムより下流の河道貯留が大きく、その影響が制御期間内に出ていないことが考えられる。制御期間を長く設定したり、放流量の時間的変化に制約を加えたりすれば、より平滑化した流況となろう。

加茂、枚方地点では加茂のピーク値の方が高くなっているが、これは河道貯留が原因であろう。すなわち、線形応答関数が単一型であり、十分な精度で河道を表現できていないと思われる。他の流下機構の導入とも合わせて、今後、改良を加えなければならない。また、両地点の最適化をはかったLPでは、たとえ部分線形化を用いたとしても、同一分割区間内では単位流量当りの危険率が同じになり、流況を完全に平滑化できないという特性がある。そこで、次の2種の方法によって一層の平滑化を試みた。

(i) 分割区間数の増加：分割区間数を増加して、もとの非線形関数との近似誤差をできる限り減少しようとする方法である。確かに、平滑化という点では、非線形関数と同じ制御効果を期待できる。しかし、変数の増加とともに記憶容量、計算時間が増し、あまり現実的とはいえない。

(ii) 分割区間巾の変化：分割区間数はそのまま1回目の操作を行い、その結果を参考にピーク流量付近で新たな分割を施して、再び操作を行う方法である。ピーク流量のてい減が進まなくなれば、制御終了となる。

図4-13、4-14の点線は、(ii)の方針に基づく計算結果である。具体的には、最初の操作で得られた加茂、枚方のピーク流量  $Q_{mp}$  をもとに、部分線形化の分割点を  $Q_{md}^1 = \frac{4}{5} Q_{mp}$ 、 $Q_{md}^2 = \frac{9}{10} Q_{mp}$ 、 $Q_{md}^3 = Q_{mp}$  とおきかえて操作を続けたものである。図より明らかなように、宇治地点の流況はほとんど変化していない。この原因は天ヶ瀬ダムの流入量が少ないためで、同ダムでの操作が枚方地点の流況にあまり影響しないのであろう。名張地点でも変動は少ないが、制御終了時近くの流況に平滑化がみられ、良好な結果が得られている。さらに、加茂地点のピーク流量の減少に加え、繰り返し回数が比較的少ない形（3～5回）で収束していることを考えると、(ii)の方法の制御効果は十分評価できるであろう。

## (2) 淀川流域の分割化指標

図4-1の手順に従って、青蓮寺ダム、室生ダムの並列2ダム・単評価地点系と天ヶ瀬ダム、高山ダムの並列2ダム・3評価地点系をサブシステムとする分割化指標を算定しよう。トータルシステムの最適化には分解原理による方法を用い、サブシステムの最適化には第3章の並列型の計算法より、DDDPと逐次近似法を用いた。貯水池の初期条件を0とした以外、評価地点、河道の条件は前出の場合と同様である。また、対象とする降雨規模は総降雨量が300 mm、400 mmの2種類で、それぞれ1/200、1/250の年超過確率に対応し<sup>9)</sup>、降雨分布は過去の主な出水をもとに算定した7ケースを対象とした。

以上の条件のもとで得られた分割化の指標は表4-7に示す。降雨量が300 mm、400 mmのいずれにおいても  $II/JJ=1$  であり、淀川水系の安全率が年超過確率1/250になったとしても、現在の河川管理施設と疎通能力のままで、サブシステムへの分割が可能であるといえる。ただ、1/250では破堤に対する安全率が、システムの分割にかかわらず0.71と低下することや、降雨パターン数が少ないことから、より多くの降雨分布に適用しその特性を把握

表4-7 淀川流域における洪水制御システムの分割化指数。

	Case 1	Case 2
Return period	200(year)	250(year)
$II/NMAX$	1	0.71
$JJ/NMAX$	1	0.71
$II/JJ$	1	1

することが必要であろう。さらに、破堤がいずれも名張地点で発生している点より、比奈知川流域でのダム建設、あるいは名張地点の河川改修が要求されよう。なお、適用に用いたサブシステムの他に、各ダムを単ダム・単評価地点系とみなす場合も考えられるが、名張と枚方の各評価地点が、それぞれ青蓮寺と室生および天ヶ瀬ダムと高山ダムの放流量の合流後に位置し、しかも重要防災地点であることを考えて、並列のダム群とみなして制御を行った。

結局、降雨パターン数、降雨予測や流出解析の精度を考えると、淀川水系では年超過確率1/200においてはサブシステムへの分割が可能であるが、1/250になると分割化には考慮の余地があるといえよう。

## 第6節 結 語

本章はダム群の最適操作に模擬降雨を与えることによって、実用的なダム群管理形態を得ようとしたも

のである。すなわち、河川のもつ安全率（年超過確率）のもとでの制御システムを、ダム の制御特性より明らかにした。ここで得られた成果を要約すると以下ようになる。

(i) 現実に即したダム操作の重要性を考慮して、DP では貯留関数法、LP では線形応答関数法と、河道の流下機構を導入した定式化を行った。

(ii) ダム操作に有効とされているDP と、大規模システムの最適化手法として開発された分解原理を結合することにより、トータルシステムでの水量制御システムの確立をはかった。

(iii) 限定された主問題をLP で解くことに起因する問題の解決策を考案した。すなわち、線形評価関数のままでは目的関数の最小化に合わせて流況の平滑化がはかれないのに対し、非線形評価関数の部分線形化やその部分線形化における分割区間巾の修正によって、非線形関数と同程度の制御効果を得ることができた。

(iv) ダムの制御特性を分割化指標と呼ぶ物理量で表わすことによって、合理的かつ普遍的な管理形態を得ることができた。

なお、本章では制御システムのサブシステム化を重点に適用を進めたが、計算目的の対象を変更すれば以下のような治水計画への応用も可能である。すなわち、図4-1より得られる $JJ/NMAX$ をダムの治水容量あるいは評価地点の安全率とし、ある年超過確率において、前もって設定された安全率を満たすように、ダムの治水容量あるいは河川改修を決定するのである。また、以上の理論が制御目的や制約条件を変えることによって、利水問題へも適用可能なことはいうまでもない。

## 参考文献

- 1) 高埴琢馬, 金丸昭治: 水文学, 朝倉土木工学講座, 朝倉書店, 1975, pp. 200-214.
- 2) 土木学会編: 水理公式集, 土木学会, 1971, pp. 117-126.
- 3) Maddas, W.O. and Eagleson, P.S.: A Distributed Linear Representation of Surface Runoff, Report, No. 115, MIT, 1969.
- 4) 土木学会編: 土木工学における数値解析/流体解析編, サイエンスライブラリ情報電算機=30, サイエンス社, 1974, pp. 36-45.
- 5) Buras, N.: Scientific Allocation of Water Resources, American Elsevier Publishing Company, Inc., 1972, pp. 171-178.
- 6) Lasdon, L.S. 原著, 志水清孝訳: 大規模システムの最適化理論, 日刊工業新聞社, 1973.
- 7) 関根泰次: 数理計画法Ⅱ, 岩波講座基礎工学5, 岩波書店, pp. 169-173.
- 8) 望月邦雄: 淀川の治水計画とそのシステム工学的研究, 京都大学博士論文, 1970.
- 9) 稲田裕: 貯水池群による淀川水系の最適洪水調節に関する研究, 京都大学博士論文, 1976.



## 第5章 低水・濁質制御

### 第1節 概 説

流域の開発と都市機能の膨張とともに水を取り巻く環境も変化し、新たな洪水、渇水問題が生じてきた。すなわち、異常出水時の氾濫防御レベルと渇水時の水供給レベルが、当該地域における産業、都市および文化の発展の上で重要な役割を演じるようになった。いいかえれば、水は自然からのプレゼントとして存在するのではなく、文化・社会への破壊作用と同時に効率的に利用すべき資源として認識されるようになった。ここに洪水時には河川表流水を一時的に貯留し、利水時の緊急時に放流を行うダム貯水池の有効性が認められ、多数のダム建設が要求されることになった。

ところが、人為工作物による水循環システムの変化は河川表流水の利用率増加だけでなく、自然環境へも大きな影響を与えている。たとえば、地下水水位の上昇、下流側流量の低下、流量の流下遅れ、およびそれらが及ぼす野生生物の生態系の変化である。また、貯水池内水理に関しても、いわゆる密度流となって流動部と停滞部が生じ成層化が進んでいく。その結果、温水、富栄養化物や洪水時の濁質水が貯水池に滞留することになり、下流での農業、漁業の被害が長期にわたって持続しつつある<sup>1)</sup>。

一方、ダム貯水池の運用は流入量予測の困難にも寄与するが、実績放流方式に代表されるごとく、既得の必要水量だけを放流する極めて固定的なものである。しかも、貯水池内の質的挙動はほとんど考慮されていない。最近、取水方法として中間取水と表層取水の併用、あるいは選択取水の必要性が叫ばれているが、いずれも貯水池内水理解析のシミュレーションに重点が置かれ、実際のダム操作、運用面については経験的段階にあるといわざるを得ない。

以上の点を考慮して、本章では利水操作に限定した上で、前章までに展開した水量に関するダム群最適操作方式と貯水池内水理解析との結合を行い、水量、水質両者を考慮した適切な放流方式の決定をはかる。もちろん、洪水時も高濃度の濁質水が流入するわけであるが、人命尊重の立場と、高濃度の濁質水が短期間に流下するのは水質悪化が長期化せずかえって望ましいことを考え、洪水時は水量制御中心のダム操作とする。ゆえに、利水時の制御対象には、現在解決の迫られている濁質濃度の低下と流況の平滑化による利用可能水量の増加とする。また、ダム管理者の要請によっては必要となる、水温や富栄養化を組み込んだ多変量制御への拡張は容易に可能であるから、ここでは省略する。

### 第2節 低水・濁質制御の目的と評価関数

利水時の制御目的に関しては、第2章で定義した時と同じ観点より、低水、濁質に分けると次のような物理的指標で表わすことができる。

#### (1) 低水に関する制御目的

異常出水後の流量でい減部が利水操作の対象であり、ここに式(2-18)をあらためて定義する。すなわち、制御後の評価地点  $m$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ) を流下する流量の最小値を  $Q_{m\ell}$ 、確保流量(許容流量)を

$\bar{Q}_{md}$  とすると、制御目的は

$$P = \min \left\{ \frac{Q_{mL}}{Q_{md}} \right\} \quad (m = 1, 2, \dots, M) \rightarrow \max \quad \dots\dots\dots (5-1)$$

かつ

$$P \geq 1$$

となる。さらに、水利用の面からすれば、最低流量の継続時間はできるだけ短く、しかも流況変動の少ない方が望ましい。

## (2) 濁質に関する制御目的

一般の水質は「公害対策基本法」や「水道法」によって基準が定められ、法によって守られている。濁質に関しても漁業の関連基準として、ある濁度以下になることが望まれている<sup>2)</sup>。したがって、濁度の低下が制御目的になり、水量と同様にして次のように定義できる。すなわち、いくつかの評価地点で、ある期間、常にある濁度の上限値を上回らず、できる限り低くすることである。数学的には

$$D \equiv \max \left\{ \frac{C_{m \max}}{C_{md}} \right\} \quad (m = 1, 2, \dots, M) \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (5-2)$$

かつ

$$D \leq 1$$

と表現できよう。ここに、 $C_{m \max}$  は制御後の評価地点  $m$  を流下する濁度の最大値であり、 $C_{md}$  は評価地点  $m$  での濁度の上限値、いいかえると、利水に使用しうる水質の許容限界値である。また、高濃度時の継続時間はできるだけ短く、早急に低濃度の安定放流を行うことが望ましい。出水直後、いかなる制御を行っても  $D > 1$  となる場合には、取水を中止したり、養殖いかだを移動するなど別の対策が必要である。評価地点ではその環境条件に応じて、濁質だけでなく水温、BOD、COD など各種の水質が制御対象になることもあろう。いずれの場合も、式(5-1)、(5-2)のような基準値との比で表わすことによって、これらの評価基準も容易に設定できる。

## (3) 評価関数

利水時の水量制御目的を満たす評価関数には、既にその適合性を証明したように

$$D_m \{ Q_m(t) \} = \{ (\omega + 1) M \}^{-a_m} Q_m(t)^b \quad \dots\dots\dots (5-3)$$

を提案したい。濁質制御に関しても、目的の双対性より評価関数には

$$D_m \{ Q_m(t) \} = \{ (\omega + 1) M \}^{a_m} C_m(t)^{-b} \quad \dots\dots\dots (5-4)$$

が考えられる。ここに  $C_m(t)$  は評価地点  $m$  を流下する濁度、 $a_m$  は

$$a_m C_{md} = c \text{ (const.)} \quad \dots\dots\dots (5-5)$$

を満たす正整数である。水量においては、流量が離散的に表現される点よりその適合性を導いたのであるが、濁質においては、 $a_m$  に大きな値を与えて  $a_m C_m(t)$  が整数値かそれに近い値をとるようにしなければなら

らない。そうするとやはり計算機上の問題が発生し、解を得ることが困難になる。したがって、濁質制御の評価関数としては、高濃度化による被害発生危険率を減少する評価関数の近似化法や、最高濃度の継続時間は長くなるが、最高濃度の低下は達成できる目的関数の近似化法を用いるのが最も適切であろう。

### 第3節 低水・濁質制御の解法

低水・濁質を同時に対象とするダム操作は多目的問題であり、各目的を合理的に統一した制御目的と、それを達成するアルゴリズムを明らかにしなければならない。まず、制御目的が式(5-1)、(5-2)に示すように物理的指標で表わされ、その制限を超えると被害が発生することより、目的間の相対評価は同一と定義できよう。つぎに、多目的解法にも、各目的の一元化を行うスカラー最適化手法や、最近展開されつつある多目的最適化手法(ベクトル最適化手法)などいくつかの方法があり、以下でそれらを比較・検討してより効率的なダム操作ルールの考察を行う。

#### (1) スカラー最適化手法

各目的を同一領域に押しやり、単一目的として解を求めるスカラー最適化手法を考えよう<sup>3)</sup>。相対評価が同一であるとする、式(5-1)、(5-2)は図5-1の実線に示すように1を境に排反的な領域で、かつ最適化の方向も最大、最小と逆になる。ここで、意志決定領域と方向を同一にするため、近似関数として濁質の評価式(5-2)の逆数を取り、

$$\bar{D} \equiv \min \left\{ \frac{C_{md}}{C_{mmax}} \right\} \quad (m = 1, 2, \dots, M) \rightarrow \max \quad \dots\dots\dots (5-6)$$

かつ

$$\bar{D} \geq 1$$

を考えると、変換された両目的は図5-2に示すように同一領域での最大化問題となる。結局、全体の評価値  $J$  としては相対評価を同一のウェイトと考えると、式(5-1)、(5-6)の単純結合による

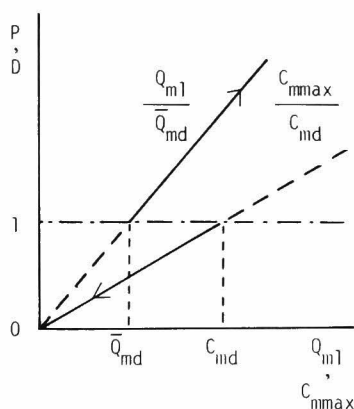


図5-1 低水・濁質制御目的の最適化方向とその領域。

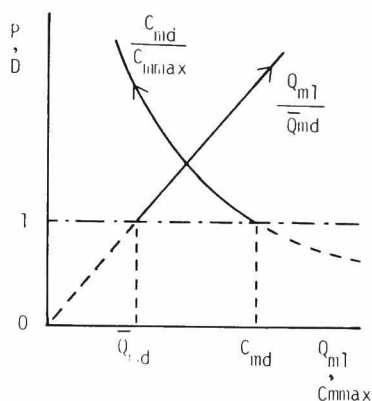


図5-2 統合化された低水・濁質制御目的の最適化方向とその領域。

$$J \equiv \min \left\{ \frac{Q_{md}}{Q_{md}}, \frac{C_{md}}{C_{max}} \right\} \quad (m = 1, 2, \dots, M) \rightarrow \max \quad \dots\dots\dots (5-7)$$

かつ

$$J \geq 1$$

を用いることができる。なお、式(5-6)の近似精度であるが、単位変化当りの評価値の変化は式(5-2)では一定であるのに対し、式(5-6)になると $C_{md}/C_{max}$ のごとく $C_{max}$ に応じて変化する。そのため、濁度が $C_{md}$ に近い間は濁質改善の評価は低く、0に近づくにつれて急激に高くなる傾向にある。ただ、こうした評価はいつも安全側で行われており、濁質制御を重視していることを考えれば、式(5-7)による統合評価は十分許容できる。

さて、式(5-7)の制御目的を達成するダム操作は、DPによって次のように定式化される。

$$\begin{aligned} f_t(S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t)) = \max_{\{O_n(t)\}} \left[ \min \left\{ \frac{Q_m(t)}{Q_{md}}, \frac{C_{md}}{C_m(t)}, f_{t-1}(S_1(t) - I_1(t) + O_1(t) \right. \right. \\ \left. \left. (m = 1, 2, \dots, M) \right. \right. \\ \left. \left. S_2(t) - I_2(t) + O_2(t), \dots, S_N(t) - I_N(t) + O_N(t) \right\} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5-8)$$

$$\begin{aligned} f_1(S_1(1), S_2(1), \dots, S_N(1)) = \min \left\{ \frac{Q_m(1)}{Q_{md}}, \frac{C_{md}}{C_m(1)} \right\} \quad \dots\dots\dots (5-9) \\ (m = 1, 2, \dots, M) \end{aligned}$$

なお、貯水池内濁質解析を含んだ定式化は次節で述べるとして、上式では、放流による低水、濁質の影響が、当該時刻にだけ表われる形で定式化を行っている。

## (2) ベクトル最適化手法

各目的の評価値をそのまま利用し、社会目的への接近をはかるベクトル最適化手法を考えよう<sup>4)</sup>。多目的最適化は大きく、(i)全ての可能解を発生させてから最適値を決める Generating Technique、(ii)前もって目的関数の重要性あるいは好みを決めておく Prior Articulation of Preference、(iii)理想解を事前に決定しておき、その最近隣の可能解を見出す Progressive Articulation of Preference、に分かれる。本章では、目的数が2と少ないことおよび計算方法の容易性より(i)に属するところの Constraint Method で解を求めることにし、以下にその手順を概説しよう。

Constraint Method は1目的を制御対象に他の目的を制約式で規定し、それを満たす範囲内で最適化を行おうとするものである。具体的には、まず、濁質に関して上限値  $\epsilon$  を

$$0 \leq D = \epsilon \leq 1 \quad \dots\dots\dots (5-10)$$

と与え、水量だけの最適化を行うわけである。その際、式(5-1)を達成するDPの関数漸化式は次のようになる。

$$f_t(S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t)) = \max_{\{O_n(t)\}} \left[ \min \left\{ \frac{Q_m(t)}{\bar{Q}_{md}}, f_{t-1}(S_1(t) - I_1(t) + O_1(t), \right. \right. \\ \left. \left. (m = 1, 2, \dots, M) \right. \right. \\ \left. \left. S_2(t) - I_2(t) + O_2(t), \dots, S_N(t) - I_N(t) + O_N(t) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (5-11)$$

かつ、制約条件に

$$C_{m \max} \leq \varepsilon \cdot C_{md} \quad (m = 1, 2, \dots, M) \quad \dots\dots\dots (5-12)$$

が加わる。つづいて、式(5-11)の水量制御が不可能になるまで  $\varepsilon$  を減少させて、その都度、各評価値  $(P^i, D^i = \varepsilon)$  を求め、それらを  $(P, D)$  座標上にプロットすると図5-3のようないわゆるTransformation Curve (TC)<sup>6)</sup> が得られる。図中のACEで囲まれた部分が制御目的式(5-1), (5-2)を満たす実行可能領域であり、弧ABCより右および下の部分はいかなるダム操作によっても達成できない非実行可能領域である。以上の手順をまとめると、図5-4のようなフローチャートになる。

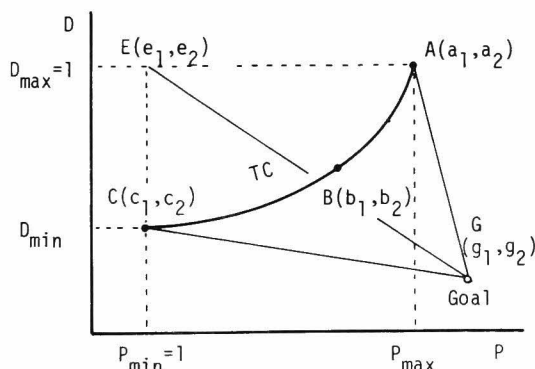


図5-3 低水・濁質制御における Transformation Curve (TC)。

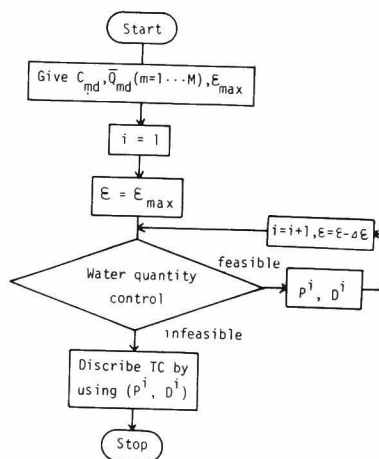


図5-4 TCの作成手順。

図5-3の達成目標(Goal)は現実には不可能であるかも知れないが、最も望ましい状態を表わす社会目標であり、次のように設定することができる。一般に利水時には各種の水需要があり、それを確保することが要求されている。しかし、渇水に対する安心感や河川表流水の利用方法を考えると、絶えず安定した水量が流れている方が好ましく、各評価地点での最大限に平滑化された流量(年平均流量, 季節平均流量)を水量目標とするのが妥当であろう。

一方、降雨時に発生した高濃度濁質の持続分と、地下水流出などの水移動での濁質発生によって、低水時にも少量ではあるが濁質成分が含まれる。また、河川の生態からすれば多少の濁質水は必要で、濁度を0にするのはかえって負の効果を生じるかもしれない。こうした点より、自然低水時の濁度を最良状態と

さて、最適解の決定であるが、それには社会目標を起点として、同じ社会的評価をもつ Indifference Curve (IC) を描かねばならない。TC 上においては、ある目的が許容限度に達した時 ( $P = 1$  あるいは  $D = 1$ ) の点 A, C は濁質、低水の限界値であり、同一の評価を与えるなら同じ IC 上になければならない。ゆえに、 $|AG| = |CG|$  の場合には G を中心とする同心円が、それぞれ同一価値の IC となり、 $|AG| \neq |CG|$  の場合には、濁質評価軸を

$$\Delta W = \frac{\sqrt{(a_1 - g_1)^2 - (c_1 - g_1)^2}}{\sqrt{-(a_2 - g_2)^2 + (c_2 - g_2)^2}} \dots\dots\dots ( 5-13 )$$

$$F = \frac{|B'G'|}{|E'G'|} \quad (0 \leq F \leq 1)$$

..... ( 5-14 )

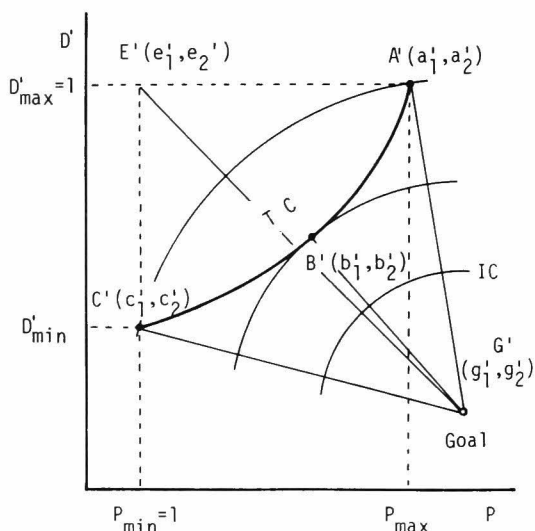


図5-5 変換されたTCと Indifference Curve (IC)。

は、ベクトル最適化手法による制御効果を表わす指標である。F 値の減少とともに、ダム操作に対する社会の不満が減るので、F 値は不満足度とも呼ぶことができよう。また、 $|A'G'|$  との比

$$H = \frac{|B'G'|}{|A'G'|} \quad (0 \leq F \leq H \leq 1) \quad (5-15)$$

は TC の曲率が大きいほど小さい値をとり、TC が直線形状をとると 1 に近くなる。たとえば、濁度の制約  $D$  ( $=\epsilon$ ) の減少とともに垂直形状をとり、 $D$  がある値以下になると急に水平形状になる場合は、濁質制御の効果は低く、低水だけの単一目的でもその解はあまり変化しないことを意味している。したがって、多数の水質目的間で H 値を求めることによって、ダム操作に有効な制御対象の組み合わせを決定する基準とすることもできよう。

スカラーおよびベクトル最適化手法の比較・検討を行うために A-3 型の単ダム・2 評価地点系で適用

表 5-1 ダム貯水池による多目的操作の入力例。

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$I(t)$ m <sup>3</sup> /sec	13	19	21	17	14	12	7	5	4	7
$Q_1(t)$ m <sup>3</sup> /sec	2	4	5	7	9	6	4	2	5	7
$Q_2(t)$ m <sup>3</sup> /sec	3	2	3	4	5	7	8	7	4	5
$CI(t)$ ppm	3	5	7	10	6	3	2	1	2	3
$CQ_1(t)$ ppm	4	6	8	10	12	14	15	18	12	15
$CQ_2(t)$ ppm	3	5	6	7	8	10	12	13	15	16

$V=30$  m<sup>3</sup>       $S(0)=25$  m<sup>3</sup>       $S(10)=20$        $Q_{1d}=7$  m<sup>3</sup>/sec       $Q_{2d}=9$  m<sup>3</sup>/sec  
 $C_{1d}=15$  ppm       $C_{2d}=15$  ppm

を行った。支川との合流は線形かつ完全混合とし、貯水池内濁質解析も完全混合と単純化した。流入流量、流入濁度、ダムの初期・最終条件、評価地点の許容流量、許容濁度は表 5-1 に示すとおりである。スカラー最適化による制御最終評価値は  $J = 1.49$  となった。目的別にみると低水は  $P = 1.57$ 、逆数をとった濁質の評価値は  $\bar{D} = 1.49$  と濁質を重視した制御結果である。いま、許容濁度を  $C_{1d} = C_{2d} = 20$  (ppm) に変えると、評価値は  $J = 1.71$  と高くなった。目的別には  $P = 1.71$ 、 $D = 1.73$  と水量がかなり向上しているにもかかわらず、濁質の制御はあまり進んでいない。しかし、どちらも  $J \geq 1$  を満たす実行可能解で、単一目的の立場からは優劣を決められない。

ベクトル最適化による修正された TC を図 5-6 に示す。適用時の  $\varepsilon$  は 0.66, 0.68, 0.70, 0.72, 0.74 の 5 ケースを用い、変換係数は  $\Delta W = 1.87$  であった。目標値は、低水に関しては各評価地点流量の全制御期間での平均値と許容流量との比の最小値を、濁質に関しては各評価地点最低濁度と許容濁度との比の最大値とし、それぞれ 3.11, 0.21, である。不満足度は  $F = 0.59$ 、多目的指数は  $H = 0.73$  と得られたが、TC はなめらかな曲線とはいえない。これには、ダム操作を離散的に行っていること、濁質解

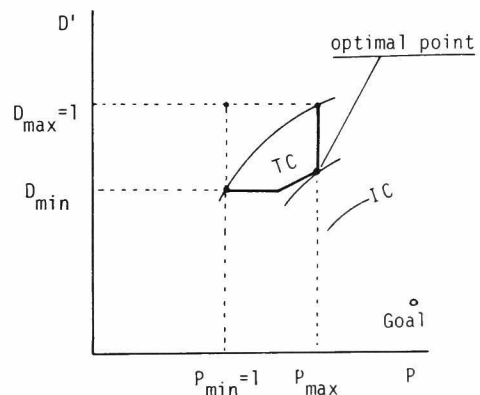


図 5-6 計算例における TC と最適点。

析の精度が低いことがあげられる。今後、高次元の濁質解析法の導入や DDDP によるダム容量の拡大化によって、よりなめらかな曲線が描けるであろう。最適操作解は同図から明らかのように  $P_{max}$  上の点 ( $P = 1.71$ ,  $D = 0.72$ ) で低水重視の結果となっている。図 5-7, 5-8 の評価地点別制御結果によると、スカラー最適化の場合における流量系列に大きな変動がみられる。これはスカラー最適化手法ではある目的の評価値が他の目的より優れている時には、その目的の制御はほとんど顧みられないのに反し、ベ

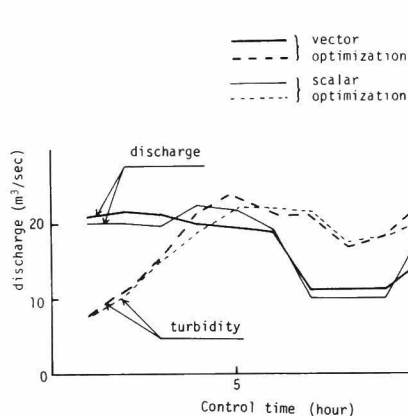


図5-7 上流側評価地点における制御後の通過流量と濁度系列。

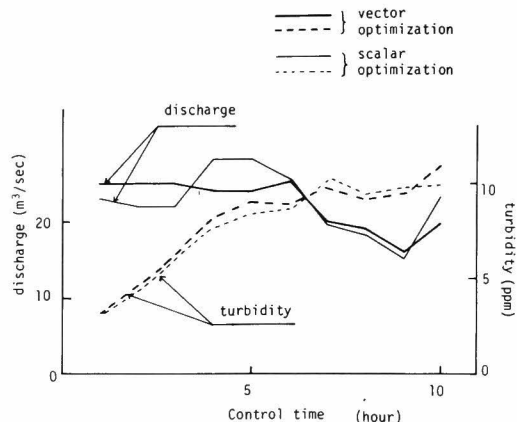


図5-8 下流側評価地点における制御後の通過流量と濁度系列。

クトル最適化手法では同じ評価値をもつ実行可能解でも、より目標に近いものを採用するからである。ちなみに、スカラー最適化手法での不満足度は0.62である。最後に各手法の特徴をまとめると次のようになる。すなわち、(i)スカラー最適化手法は計算量が短く、その制御結果は簡単な物理指標で表わされる、(ii)ベクトル最適化手法は計算回数は多いが、社会目標への接近を行っており両目的を出来る限り向上した結果となっている、などである。

#### 第4節 貯水池内の濁質解析を含む定式化

貯水池内の濁質分布を考慮すると、取水口の条件により濁度が異なり、前述の完全混合による定式化をそのまま用いることができない。すなわち、(i)放流量は現行の固定的な操作ルールで決定し、放流濁度が低下するように取水口の位置だけを変化させる固定放流—選択取水、(ii)取水口の位置を変化させ、さらに放流量を調節して制御目的を達成する可変放流—選択取水、(iii)可変放流で、かつ、複数の取水口を同時に作動させる可変放流—選択取水、(iv)可変放流で、かつ、複数の取水口を同時に作動させる可変放流—複数取水、のようにそれぞれ状態が異なってくる。以下では、貯水池内濁度分布における入出力間の非線形性、およびダム操作の実用性をもとり入れた形で貯水池内濁質解析を含む定式化をはかることにする。

##### (1) 貯水池内濁質解析

上記の各操作方法の定式化においては濁質分布の評価が不可欠であるので、まず、貯水池内濁質解析を概述しておく。貯水池内の濁質解析には、水温解析を基礎にして<sup>7)</sup> 従来より多数の研究が進められており、代表的なものに完全混合モデル、1次元モデル<sup>8)</sup>、2次元モデル<sup>9)</sup>がある。完全混合モデルは、貯水池内の水質は常に一様であるとみなし、貯留状態と入出力の間で平均化を行ったものである。成層化が進むという点からすれば、あまり有効な手法とは言えないが、計算時間は他の方法より極めて少ない。後2者は貯水池を空間的にとらえて、いくつかに分細分化し、各ボリューム間で水理変動を解析しようとするものである。本質的な考え方は同一であるから、本項では後述の適用時に用いる1次元モデルをとりあげる。



本モデルにおいては、異常出水によって貯水池内の濁度、水温は均一化し、洪水後の流入、流出水による清水化過程は水平方向にはほぼ一様とみなすのである。具体的には、鉛直一次元モデルに基づく貯水池流動、濁度および熱収支モデルを構成するわけである。ここで、ダムへの入出力が図5-9のように表わされるとしよう。図中の  $S_n(t)$ 、 $\{CS_n(t)\}$ 、 $\{TS_n(t)\}$  は時刻  $t$  におけるダム  $n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$  :  $N$  はダムの総数) の貯水量、濁度分布、水温分布であり、 $I_n(t)$ 、 $CI_n(t)$ 、 $TI_n(t)$ 、 $O_n(t)$ 、 $CO_n(t)$ 、 $TO_n(t)$  はそれぞれ流入流量、流入濁度、流入水温、流出流量、流出濁度、流出水温である。また、 $Q_m(t)$ 、 $C_m(t)$  は時刻  $t$  において評価地点  $m$  を流下する流量と濁度、 $V_n$  はダム  $n$  の有効利水容量である。したがって、貯水池を厚さ  $\Delta y$  の水平層に分割すると、各層での濁度および熱保存方程式は次のようになる。すなわち、

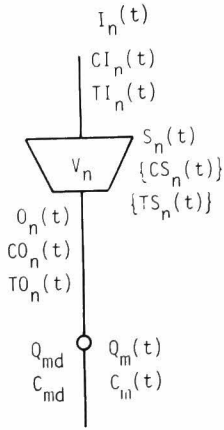


図5-9 ダム貯水池への入出力および貯水池内水量、水質分布に関する記号の説明。

$$\begin{aligned} \frac{\partial CS_n^y(t)}{\partial t} = & \frac{(C\alpha + C\beta)}{A_n^y} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left( A_n^y \frac{\partial CS_n^y(t)}{\partial y} \right) - \frac{1}{A_n^y} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left( V_n^y(t) A_n^y CS_n^y(t) \right) \\ & + \frac{1}{A_n^y} \cdot (U_i^y(t) B_n^y CI_n'(t) - U_o^y(t) B_n^y CS_n^y(t)) + \frac{1}{A_n^y} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (C\gamma_0 A_n^y CS_n^y(t)) \quad \dots (5-16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial TS_n^y(t)}{\partial t} = & \frac{(C\alpha + C\beta)}{A_n^y} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left( A_n^y \frac{\partial TS_n^y(t)}{\partial y} \right) - \frac{1}{C\rho \cdot CW \cdot A_n^y} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (A_n^y \phi_n^y(t)) \\ & - \frac{1}{A_n^y} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (V_n^y(t) A_n^y TS_n^y(t)) + \frac{1}{A_n^y} \cdot (U_i^y(t) B_n^y TI_n'(t) - U_o^y(t) A_n^y TS_n^y(t)) \\ & \dots \dots \dots (5-17) \end{aligned}$$

である。ただし、 $CS_n^y(t)$ 、 $TS_n^y(t)$  はダム  $n$  において時刻  $t$  での標高  $y$  の濁度および水温、 $U_i^y(t)$ 、 $U_o^y(t)$  は流入水および流出水の水平方向流速、 $V_n^y(t)$  は鉛直方向流速、 $C\gamma_0$  は懸濁粒子の沈降速度、 $A_n^y$ 、 $B_n^y$  はダム  $n$  における標高  $y$  での水平断面積および平均幅、 $CI_n'(t)$ 、 $TI_n'(t)$  は連行後の流入濁度および流入水温、 $\phi_n^y(t)$ 、 $C\alpha$ 、 $C\beta$ 、 $C\rho$ 、 $CW$  はそれぞれ標高  $y$  に達する幅射熱、分子拡散係数、渦動拡散係数、水の密度および比重である。上2式を差分化し流入および取水条件を与えると、各制御時刻末期の濁度分布が得られるわけである。

## (2) 固定放流-選択取水

放流量は事前の操作基準に固定され、取水口位置の決定を行うだけであるから、取水口の位置が状態変

数になる。各時刻での評価も取水口位置の関数となり、しかも、時刻毎の位置の間には何ら関係がないから、取水口の位置がそのまま状態変数となる。いま、各ダムにおける取水口が図 5-10 のように多数設けられているとしよう。ダム  $n$  の取水口の総数は  $U^n$  で、 $GO_u^n(t)$  は時刻  $t$  における取水口  $u$  での取水量、 $GCA_u^n$  は取水口  $u$  の最大可能取水量である。ゆえに、濁質だけの評価関数として式 (5-2) を使い、ダム  $n$  での取水口の位置を  $IP_u^n(t)$  ( $u = 1, 2, \dots, U^n$ ) で表わすと、目的関数の近似化法による DP の定式化は次のようになる。

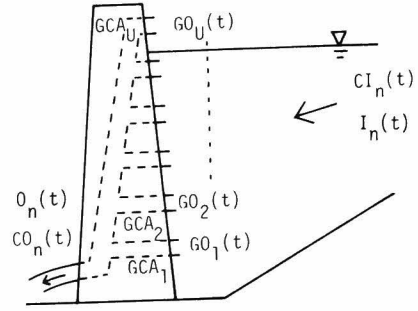


図 5-10 ダム貯水池における取水口（ゲート）位置と記号の説明。

$$f_t(IP_u^1(t), \dots, IP_u^{U^n}(t)) = \min \left[ \max \left\{ \frac{C_m(t)}{C_{md}}, f_{t-1}(IP_u^1(t-1), \dots, IP_u^{U^n}(t-1)) \right\} \right] \{IP_u^n(t-1)\} \quad (m = 1, 2, \dots, M) \quad \dots\dots (5-18)$$

$$f_1(IP_u^1(1), \dots, IP_u^{U^n}(1)) = \max \left\{ \frac{C_m(1)}{C_{md}} \right\} \quad (m = 1, 2, \dots, M) \quad \dots\dots (5-19)$$

なお、連続条件、放流・貯留条件のほかに

$$EL(IP_u^n(t)) \leq EL(S_n(t)) \quad (u = 1, 2, \dots, U^n) \quad \dots\dots (5-20)$$

が制約条件に加わることになる。ここに  $EL(\cdot)$  は標高を表わしており、式 (5-20) はある時刻の使用可能取水口の高さがその時刻末期の貯水池の水位よりも低いことを意味している。式 (5-18), (5-19) の漸化式に従って、 $f_1, f_2, \dots, f_T$  ( $T$  は制御期間の総数) が求まると、最適評価値  $f_T^{opt}$  は次式より決定される。すなわち

$$f_T^{opt} = \max \{ f_T(IP_u^1(T), \dots, IP_u^{U^n}(T)) \} \{IP_u^n(t)\} \quad (u = 1, 2, \dots, U^n; \quad u = 1, 2, \dots, N) \quad \dots\dots (5-21)$$

である。換言すると、 $f_T^{opt}$  を与える  $IP_u^n(T)$  が最終時刻の最適取水口位置である。これをもとに、 $T, T-1, \dots, 2, 1$  の順序で各時刻の取水口位置を拾い出していくと、制御目的に合致した取水口位置系列が得られる。

### (3) 可変放流—選択取水

つぎに、放流量を調節して貯水池内の濁度をより低くするとともに、同時に流況の平滑化をはかり水利利用率を高める最適放流方式を考えよう。水量と濁質の両者が制御対象であるから、式 (5-7) を統一化された評価関数として用いる。また、水量制御を行うため、取水口の位置だけでなく取水量（あるいは放流量）も決定変数になる。状態変数に関してもダムの貯水量が加わり、結局、DP の漸化式は次のようになる。

$$f_1(S_1(t), \dots, S_N(t), IP_u^1(t), \dots, IP_u^N(t)) = \max_{\left\{ \begin{array}{l} O_n(t) \\ \{IP_u^n(t)\} \end{array} \right\}} \left\{ \frac{C_{md}}{C_m(t)}, \frac{Q_m(t)}{\bar{Q}_{md}}, f_{t-1}(S_1(t-1), \dots, S_N(t-1), IP_u^1(t-1), \dots, IP_u^N(t-1)) \right\} \quad (5-22)$$

$$f_1(S_1(1), \dots, S_N(1), IP_u^1(1), \dots, IP_u^N(1)) = \min \left\{ \frac{C_{md}}{C_m(1)}, \frac{Q_m(1)}{\bar{Q}_{md}} \right\} \quad \dots\dots\dots (5-23)$$

$$(m = 1, 2, \dots, M)$$

制約条件としては，式（5-20）のほかにも取水能力を表わす式

$$0 \leq GO_u^n(t) \leq GCA_u^n \quad (u = 1, 2, \dots, U^n; n = 1, 2, \dots, N) \quad \dots\dots\dots (5-24)$$

が加わる。ここに，放流量  $O_n(t)$  には取水量  $GO_u^n(t)$  が相当する。最適放流量系列の決定に際しては，最終時刻における貯水池の必要貯留量  $(S_1^0, S_2^0, \dots, S_N^0)$  を与え，(3)と同じようにして最終時の最適取水位置を決めなければならない。すなわち，

$$f_T^{opt} = \max_{\left\{ \begin{array}{l} f_T(S_1^0, \dots, S_N^0, IP_u^1(T), \dots, IP_u^N(T)) \\ \{IP_u^n(t)\} \end{array} \right\}} \quad (u = 1, 2, \dots, U^n; n = 1, 2, \dots, N) \quad \dots\dots\dots (5-25)$$

より最適評価値が与えられる。式（5-25）の最終貯水量を変化させることによって，濁質を考慮した適切な貯水量の決定，貯水量変動による感度分析も行うことができる。また，式（5-22），（5-23）からもわかるように，多次元を形成しており，計算時には記憶容量や計算時間の面で新たな問題を生ずることが予想される。濁質解析法が1次元から2次元へと進むとその傾向は一層強くなるであろう。

こうした問題に対する一つの解決策として，DDDPによる状態量の減少が掲げられる。取水口の間には相関性はないが，ダム貯水量の変動幅を制限すると取水口位置の上限もおのずと制限され，かなりの状態量を減少させることができる。さらに分解原理によるダム群の分割もあるが，貯水池内の濁質解析が非線形であるので，ダムの配置によってはLPでダム操作を決定する分解原理はあまり有効な手段とはいえない。ただ，河川の自浄作用によりダム操作を通じての濁質制御可能範囲もある程度限定されているはずであり，その一つの目安として，水量だけによる分割基準を濁質を含む多目的の分割基準とすることも考えられる。

#### (4) 可変放流—複数取水

取水口が図5-10のように独立して存在する場合には，同時に多数の取水口を開閉することによって，貯水池内の濁度をより低くして被害の発生を防ぐことが可能であろう。この方法では，各取水口の取水量に応じて濁度の評価値が異なっており，前述のように取水口の位置だけを状態変数，決定変数とすることができない。ある濁質水を与える全ての可能性，つまり，貯水量と取水口の組み合わせが状態変数，放流量と取水口の組み合わせが決定変数となる。ところが，各時刻の貯水量は初期値と当該時刻の放流量より

算定できるので、各ダムの取水口の位置とその取水量が状態変数であり、同時に決定変数となる。たとえば、単ダムの場合、取水口が5個、各取水量規模が5, 6, 7, 8, 9, とすると  $5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 = 150, 120$  個の状態変数となる。もちろん、放流量は各取水口での取水量の和で算定される。ゆえに、ダム  $n$  における状態変数を  $IG_g^n(t)$  ( $g = 1, 2, \dots, G$  :  $G$  は取水口とその取水量から得られる組み合わせの総数) で表わせば、DP の漸化式は次のようになる。

$$f_t(IG_g^1(t), \dots, IG_g^N(t)) = \max_{\{IG_g^n(t-1)\}} \left[ \min_{\substack{\{ \frac{C_{md}}{C_m(t)}, \frac{Q_m(t)}{Q_{md}} \} \\ (m = 1, 2, \dots, M)}} \{ f_{t-1}(IG_g^1(t-1), \dots, IG_g^N(t-1)) \} \right] \quad \dots\dots (5-26)$$

$$f_1(IG_g^1(1), \dots, IG_g^N(1)) = \min_{\substack{\{ \frac{C_{md}}{C_m(1)}, \frac{Q_m(1)}{Q_{md}} \} \\ (m = 1, 2, \dots, M)}} \quad \dots\dots (5-27)$$

ここに、最適系列の決定に際しては、前出の2方法と同様に、

$$f_t^{opt} = \max_{\{IG_g^n(t)\} \{g = 1, 2, \dots, G; n = 1, 2, \dots, N\}} \{ f_T(IG_g^1(T), \dots, IG_g^N(T)) \} \quad \dots\dots (5-28)$$

より最終時刻の最適評価値を求め、最適組み合わせ系列を逆算しなければならない。放流量は、各組み合わせ番号における各取水口の取水量を  $GO_u^n(IG_g^n(t))$  とすれば、

$$O_n(t) = GO_1^n(IG_g^n(t)) + GO_2^n(IG_g^n(t)) + \dots\dots + GO_{U^n}^n(IG_g^n(t)) \quad \dots\dots (5-29)$$

となる。式(5-26)、(5-27)は貯水量よりも放流量を重視して定式化されているので、当初より目標にしていた最終貯水量に到達できるとは限らない。そのような時には、式(5-28)より最適評価値を決定せず、全ての  $IG_g^n(t)$  の組み合わせに対して、目標貯水量に最も近い解を近似系列とすればよいであろう。

以上、3種類に分けて定式化を行ったが、後2者はスカラー最適化を対象にした場合である。前節の Constraint Method によるベクトル最適化を行うなら、評価関数から一方の評価(たとえば濁度)を取り出し制約条件の方に入れて、もう一方の評価だけを行うことによって TC を描くことができる。

## 第5節 適用と考察

本理論の適用例として、四国吉野川水系の早明浦ダムを取り上げよう。同地方は地形が急峻で、しかも地層が深部まで破碎され崩壊や地すべり発生の素因をもっている<sup>10)</sup>。そのため洪水時には高濃度の濁質水が流出し、ダム貯水池による濁質長期化現象が社会問題になっている。本節では、前節までの理論を適用し、出水後の放流方式と制御可能濁度を明らかにする。

### (1) 適用条件

計算の実行にあたっての濁質解析法は前述の一次元モデルを用いる。ただし、濁質解析とDPの結合に際してはいくつかの特徴があり、次にそれらを列挙して適用方法を明らかにする。

(a) 評価する濁度分布とその解析時刻

ダム制御と濁質解析の時間単位が異なると、各制御時刻の初期濁度分布をもとに評価を与えても、その期間内に濁質が変化し、実評価値はもっと悪くなる場合が想定される。一般には、前の制御期間における末期の濁度分布を初期値として濁質解析を行いながら、同時に評価を加えていくのが妥当であろう。しかし、この方法では前期までの評価が当該時刻の評価値に入れられ、制御期間の独立性が失われる。具体的には、式(5-19)は

$$f_t(IP_u^1(t), \dots, IP_u^N(t)) = \min_{\{IP_u^n(t-1)\}} \left[ \max_{\{m=1, 2, \dots, M\}} \left\{ \frac{C_m(IP_u^1(t-1), \dots, IP_u^N(t-1); t)}{C_{md}} \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (5-30)$$

となる。上式は現在の関数値が過去の履歴の関数であることを示しており、DPの“最適性の原理”は成立しない。したがって、計算時の評価は前期末の濁度分布より行い、当該期間内の濁質変動からは何ら影響を受けないとすべきである。もし、制御と解析の時間単位が一致するときには、当該期間中に濁度分布は変化せず、期末になって瞬間的に変動すると解釈できる。

(b) 可能取水口の位置と取水量

(a)と同様に当該期間中の取水量は一定とする。一方、貯水池には流入、流出があり、初期貯水位によって取水口の位置を決めると、期間内に貯水位が取水口位置より低くなる可能性がある。その対策として、各制御期間内の水位は初期のまま変わらないとし、可能取水口は流入、流出の完了後の水位(制御と解析の時間単位が異なる場合には期間内の最低水位)以下を対象とすべきであろう。

(c) Travel Time の同一化

たとえ同一期間でも、取水量が変化すると密度分布も変わり、貯水池流入時刻と濁質混合完了の推定時刻に差(Travel Time)が生じる。DPにおいて各制御期間の長さを変えることは可能であるが、同一時刻における取水規模に応じて当該期間長を変えることはできない。期間長も従属変数となり、最適性の原理が成立しなくなる。そこで取水量に対してTravel Timeが変化しないとして同一化するか、同一期間内のあらゆる取水量に対応するTravel Timeのうちで、最も長いものを代表値として制御期間長の固定を行わなければならない。

(d) 河道流下および合流

河道内の貯留効果は無視し、時間遅れだけを考えよう。もちろん、貯留関数法で表わす河道流下機構と(a), (b), (c), の条件を入れた解析モデルの導入によって、下流地点の水量、水質評価を与えることはできるが、制御の本質は変わらないので、ここでは省略する。また、濁質の流入や流出時の支川合流現象は、完全混合モデルとして簡便に取り扱う。

(2) 適用と考察

計算条件として、濁質解析と制御単位はいずれも1日、制御期間の総数は20、貯水池の格子間隔は4m、対象取水口は9個(格子番号3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19)、許容流量は5 m<sup>3</sup>/sec、許容濁度は100 ppmである。ダム直下を評価地点とし、出水後の高濃度でも目的関数が1以下となるように設定したので、比較

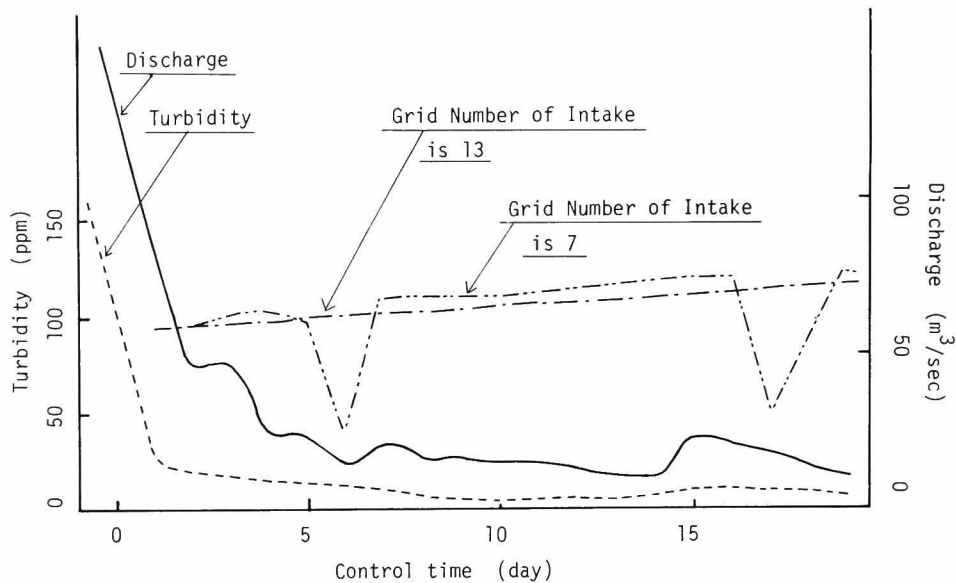


図 5-11 固定操作による制御結果と入力分布。

的高い許容濁度をとっている。また、貯水池内濁質解析においては水温分布も同時に計算されるが、制御対象ではないので結果は表示しない。制御の初期値は濁度、水温とも一様分布で、それぞれ  $95 \text{ ppm}$ ,  $22^\circ\text{C}$  とする。流入流量、流入濁度の時間分布は図 5-11 に示すとおりである。同図の取水口位置（格子番号）7 と 13 の分布は、各々の位置に 1 個だけ取水口が存在し、事前の操作基準に基づく固定放流が行われたときの評価地点濁度分布である。制御開始後 15 日をすぎても濁度があまり減少する気配がなく、長期化傾向になるのがうかがえる。取水口位置 7 の分布がなめらかでないのは、貯水池底部での濁質解析の粗さが原因であろう。しかし、上部取水口より低部取水口の方が次第に高くなる濁度分布をとっており、取水口切り換えの必要性は理解できる。

表 5-2 は式 (5-18), (5-19) による固定放流-選択取水の制御結果であり、図 5-12 の実線は制御開始後 1, 5, 10, 15, 20 日末期の濁度分布

表 5-2 固定放流-選択取水の適用結果。

Control Time (day)	Grid Number of Water Intake	Water Intake Discharge
t	17	$260.7 \text{ m}^3/\text{sec}$
1	7	113.3
2	15	67.2
3	19	58.0
4	19	55.5
5	19	55.0
6	19	50.6
7	19	50.6
8	19	50.6
9	19	50.6
10	19	51.2
11	19	51.2
12	19	51.2
13	19	51.0
14	19	40.0
15	19	35.0
16	19	35.0
17	19	35.0
18	19	30.0
19	19	30.0
20	19	30.0

Estimated Value=1.022

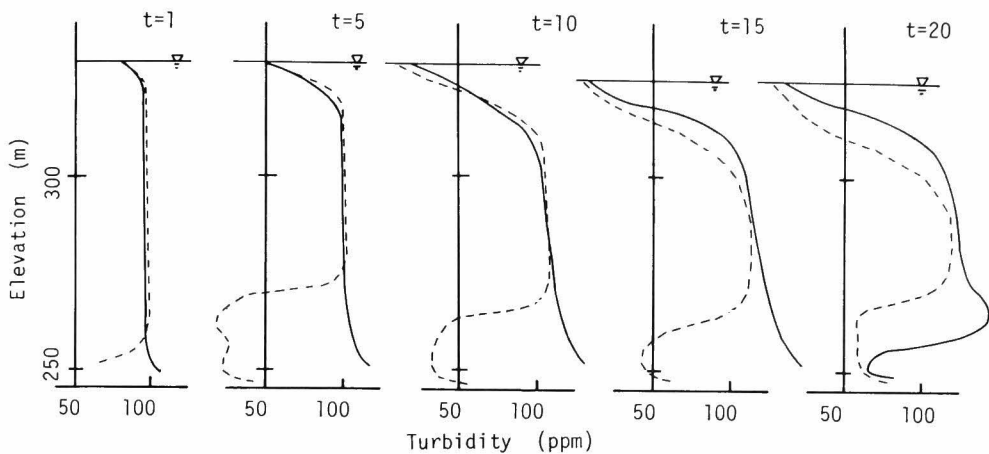


図 5-12 固定放流—選択取水による貯水池内の濁度分布。

である。図中の点線は前出の取水口位置 -7 のときの濁度分布で、両者の時間的変化を比較したものである（図 5-14, 5-15 の点線も同じ値を示している）。各制御日の分布は 1 取水口での固定操作の場合より高濃度分布が広く、貯水池内部の性状からみればあまりよい結果とはいえない。しかし、取水口を適当に上下することによって、取水濁度の時間分布はほぼ 2 週間で顕著な減少をみせている（図 5-13 参照）。他の例でも同様の結果がみられることより、中間取水あるいは低層取水から表層取水への変換の有効性が裏付けられよう。また、最終評価値が 1.022 となっているのは、他の方法での制御結果に合わせるために、 $C_{md}/C_{max}$  で表わしたものである。変換前のもとの濁質目的による評価値は 0.978 となる。

表 5-3, 図 5-14 は式 (5-22), (5-23) による可変放流—選択取水の結果である。計算時には

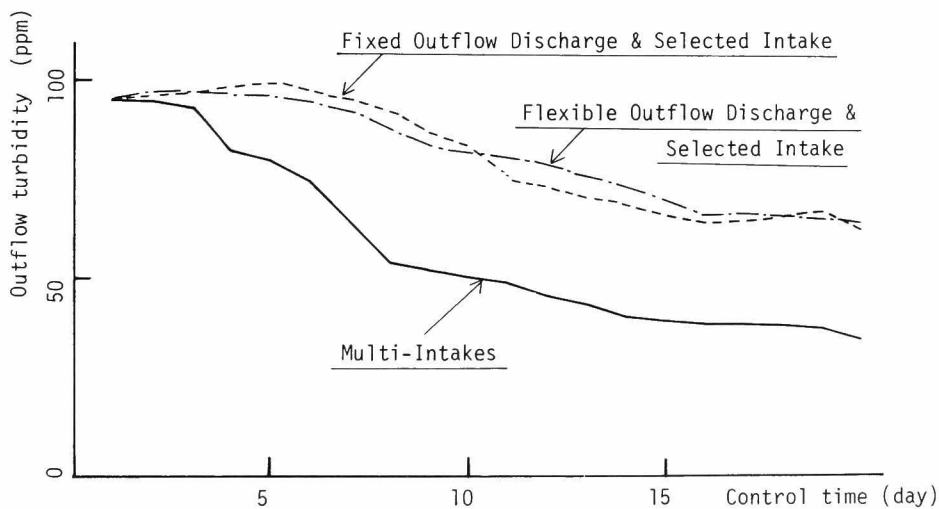


図 5-13 制御後の放流濁度の比較。

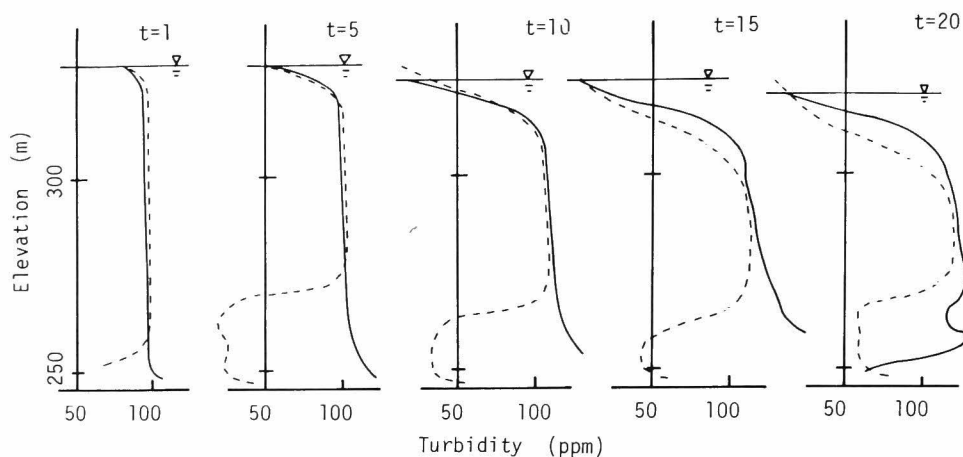


図5-14 可変放流-選択取水による貯水池内の濁度分布。

記憶容量の減少のため、放流量を試系列とする DDDP を採用した。Corridor の巾は 5 単位である。反復回数が 2 で収束しているが、これは収束判定条件を最終評価値の変化量で 0.01 とゆるくしたからであろう。その最終評価値は低水が 7.2、濁度が 1.023 であり、濁度に比べ低水の満足度はかなり高い。また、図 5-13 の一点鎖線を見てもわかるようにあまり良い制御結果といえないのは、最高濃度が 3 日目に表われており、3 日程度の制御では取水量の調節よりも初期分布の影響の方が大きいからであろう。出水直後の許容濁度と、数日経過後の許容値を変え、高濃度時、低濃度時の制御を行えば、一層、制御効果が表われたであろう。なお、図 5-14 において 10 日目以降の貯水位が、点線で示した取水口位置・量を固定した放流方式の場合より低くなっているのは、なるべく早い時期に高濃度の濃質水を多量に放出し、貯水池内の濁質総量を減らしておくことの重要性を表わしている。さらに、Corridor における放流量の変化単位を  $5 \text{ m}^3/\text{sec}$  から  $2 \text{ m}^3/\text{sec}$  に減少し

表 5-3 可変放流-選択取水の適用結果。

Control Time (day)	Grid Number of Water Intake	Water Intake Discharge
1	14	259.2 $\text{m}^3/\text{sec}$
2	5	119.3
3	13	73.2
4	19	64.0
5	19	61.5
6	19	61.0
7	19	56.6
8	19	56.6
9	19	56.6
10	19	56.6
11	19	57.1
12	19	57.1
13	19	57.1
14	19	57.0
15	19	46.0
16	19	41.0
17	19	41.0
18	19	36.0
19	19	36.0
20	19	36.0

Estimated Value = 1.023



表 5-4 可変放流-複数取水の適用結果。

Control Time (day)	Water Intake Discharge (m <sup>3</sup> /sec)			
	Grid Number of Water Intake			
	3	7	15	19
1	1.0	2.0	2.0	260.7
2	1.0	115.3	2.0	2.0
3	2.0	2.0	67.2	2.0
4	2.0	2.0	2.0	60.0
5	2.0	2.0	2.0	57.5
6	2.0	2.0	2.0	57.0
7	2.0	2.0	2.0	52.6
8	2.0	2.0	2.0	52.6
9	2.0	2.0	2.0	52.6
10	2.0	2.0	2.0	52.6
11	2.0	2.0	2.0	53.2
12	2.0	2.0	2.0	53.2
13	2.0	2.0	2.0	53.2
14	2.0	2.0	2.0	53.0
15	2.0	2.0	2.0	42.0
16	2.0	2.0	2.0	37.0
17	2.0	2.0	2.0	37.0
18	2.0	2.0	2.0	32.0
19	2.0	2.0	2.0	32.0
20	2.0	2.0	2.0	32.0

Estimated Value=1.041

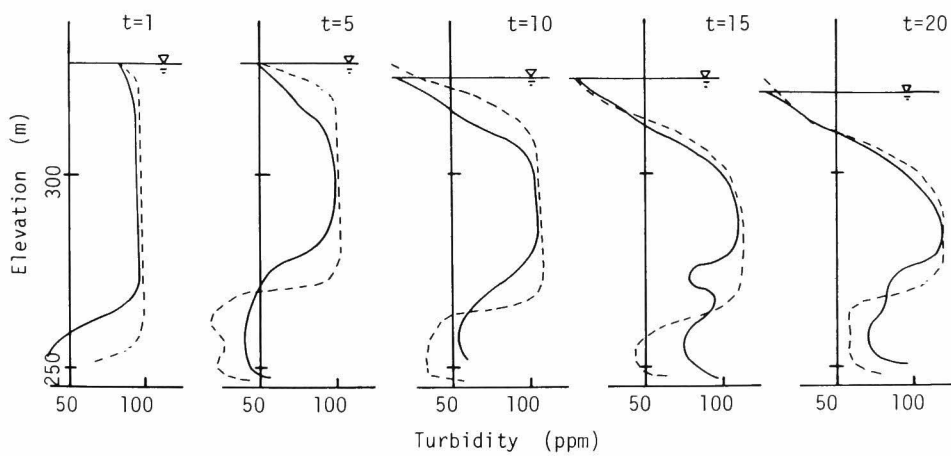


図 5-15 可変放流-複数取水による貯水池内の濁度分布。

でも、流量でい減時の濁度分布が若干変化するものの、系全体としての評価値は変わらない。この点からも低水・濁質制御における DDDP の適用効果が理解できよう。

表 5-4、図 5-15 は式 (5-26)、(5-27) による可変放流-複数取水の結果であり、計算時にはやはり DDDP を用いている。取水口は 4 個、各取水口の取水変化は 3 単位、すなわち、 $3 \times 3 \times 3 \times 3$  の 81 の組み合わせからなる状態変数である。最高濃度が 2 日目に表われており、前 2 法より大巾な改良は行えなかった。低水に関しても、最終評価直は 7.2 と高く、放流量系列はほとんど変わっていない。一方、取水量は各取水口をなるべく開けておく傾向にある。したがって、取水口の数が少ないにもかかわらず濁度のてい減は著しく、15 日以降には制御開始時の半分以下の濃度になっている。貯水池内の濁度分布に関しても、固定操作と比較してかなり改善されており、環境面からも望ましい結果といえよう。

以上のような計算結果から明らかなように、濁質制御においては取水口の位置はもちろんのこと、互いに関連し合った取水量の取り方にも大きな制御能力があることがわかる。いずれの制御においても、初期濃度が高く濁質の方が危険側になる結果に終わったが、許容流量、許容濁度の与え方を変えたり、あるいは、濁度の低下が進んでからの新たな制御では、式 (5-7) の 2 目的操作の特徴が表われたであろう。なお、他の制御結果と比べて図 5-13 の  $t = 15, 20$  の分布に凹凸ができているのは、低層、中層の取水口をも同時に開いているため、濁質水が局所的に大きく減少したからであろう。

## 第 6 節 結 語

本章は、低水、濁質両者を対象としたダム群最適操作ルールを確立し、利水時の河川表流水の利用効率の向上をはかったものである。ダム操作としては、従来より明らかにされてきた水量制御での有効性と貯水池の濁質解析の非線形性より、DP による定式化を行った。また、低水、濁質という本質的に異なる 2 目的に対し、ベクトル最適化手法とスカラー最適化手法を適用し、それらによる制御特性と社会的意義を明らかにした。ここで、得られた成果を要約すると以下ようになる。

まず、ダム操作の定式化と計算手順に関しては次の点が指摘できる。

- (i) 互いに独立で排他性を有する 2 目的を、ベクトル最適化手法とスカラー最適化手法で定式化を行い、ダム制御がもたらす社会的意義を満足度あるいは多目的指標で表わすことができた。
- (ii) 取水口と取水規模の可変性を取り入れることにより 3 種類の制御方式に分類でき、ダムの機能特性に応じた操作を提案した。
- (iii) 適用例では制御期間と貯水池内水理解析の単位が同一であるが、利水時には制御期間を半月単位とした数ヶ月におよぶ長期間操作も多く、計算単位の柔軟性も必要であろう。
- (iv) 評価の正確さからすると濁質解析に 2 次元モデルを用いるべきであろうが、評価時には少なくとも取水口付近の濁質を把握できればよく、簡便かつ必要精度を満足しうる解析法の開発が望まれる。
- (v) 多ダム・多評価地点系の場合には、河道の流下・合流機構を含んだ形での定式化をはからねばならず、次元の増加による計算実行可能性の減少が予想される。しかし、ダムによる制御効果も、支川流入、河道貯留によっておのずと限られているはずであり、水量によるダム群の分割をもとにした分割操作も可能であろう。

つぎに、取水基準に関しては以下の点が指摘できる。

- (vi) 制御初期には中間取水ないしは低層取水とし、7日を1つの基準として表層取水へ転換すべきであろう。これは、入力分布や初期条件、取水方法でも異なっており、今後、多くのシミュレーションを通じてその値を確定していきたい。
- (vii) 取水量としては、初期に高濃度の流量を可能な限り放出すべきである。評価地点までに多数の支川流入があり、各流量、濁度分布が大きく異なる場合には、合流による希釈、濃縮作用を考慮した操作方法を取らなければならない。
- (viii) 長期間の制御を対象にすると、初期での高濃度が制御最終評価値となり、流量でい減時の制御効果は少なくなる。そうした時間的不合理性を解消するため、高濃度時と低濃度時を別々に制御し、しかも、全体としての制御目的を達成できる時間的分割操作法が要求される。

## 参 考 文 献

- 1) 新井正, 西沢利栄: 水温論, 水文学講座 10, 共立出版, 1974, pp. 185—218.
- 2) 土木学会編: 土木工学ハンドブック, 技報堂, 1974, pp. 2479—2487.
- 3) Cohon, J.L. and Marks, D.H.: Multiobjective Screening Models and Water Resource Investment, Water Resources Reserch, Vol. 9, No. 4, 1973, pp. 826—836.
- 4) Cohon, J.L. and Marks, D.H.: A Review and Evaluation of Multiobjective Programming Techniques, Water Resources Research, Vol. 11, No. 2, 1975, pp. 208—220.
- 5) Bishop, A.B.: Multiobjective Planning: Concepts and Methods, Jour. of the Water Resources Planning and Management Division, Vol. 102, 1976, pp. 239—253.
- 6) Haimes, Y.Y., Hall, W.A. and Freedman, H.T.: Multiobjective Optimization in Water Resources Systems—The Surrogate Worth Trade-off Method—, Elsevier Scientific Publishing Company, 1975.
- 7) Ryan, P.J. and Harleman D.R.F.: Prediction of the Annual Cycle of Temperature Changes in a Stratified Lake or Reservoir: Mathematical Model and User's Manual, Report No. 137, MIT, 1971.
- 8) 安芸周一, 白砂考夫: 貯水池流動形態のシミュレーション解析 — その1 発電専用貯水池の流動形態 —, 発電水力, No. 134, 1975.
- 9) 綾史郎, 岩佐義郎, 松尾直規: 濁質の流送過程について, 土木学会第 22 回水理講演会論文集, 1978, pp. 131—138.
- 10) 建設省四国地方建設局: 吉野川水系濁質調査中間報告書, 1977.

## 第6章 治水時の実時間操作

### 第1節 概 説

ダム群制御システムが前章までに展開した流入量既知の形での操作、いわゆる計画操作による制御特性をもとに構成されると、次に必要とされるのは、実際にダムを管理していく実時間操作方式である。すなわち、時々刻々入手する最新の降雨－流量データをもとに、将来の入力分布を考慮したダム群最適操作方式の確立である。とくに、わが国のような急勾配かつ流路延長の短い河川流域では、その洪水到達時間が短く、降雨終了後のハイドログラフをもとに放流量を決定すると、ピーク流量の低下という制御目的を達成することはできないであろう。また、一定率・一定量という固定放流方式では、入力分布が計画高水と異なれば人工洪水を引き起こす恐れもあり、十分、貯水容量が生かされないことになる。

一方、最近のテレメータ機器の増設による水文情報の収集精度と速度の向上<sup>1)</sup>あるいは、降雨予測法や流出解析法の進歩、電子計算機の発達による集中監視体制の整備は柔軟なダム操作方式の条件が整いつつあることを示している。いいかえると、社会的・経済的要請に加えて、技術的条件においても実時間操作方式を確立する時機が来つつあるといえよう。

そこで本章では、洪水の主要因である台風性降雨を対象に、洪水時の実時間操作方式を提案するものである。竹内は台風の中心位置と特定の観測位置との統計的な関係をもとに台風の進路を予測しているが<sup>2)</sup> 12時間や24時間先の点予測であり、しかも台風の位置だけで洪水ハイドログラフまで求められておらず、ピーク流量のてい減をはかるダム操作の直接的な入力とすることはできない。一方、流量の遷移確率をもとにした確率DPの適用も考えられるが<sup>3)</sup> 当該台風固有の遷移確率とはならず、統計資料への依存度が高い一般的な制御結果になりやすい。また、遷移確率をもつ状態量あるいは流量を細かくとると、計算時間や記憶容量を大量に使用することになり実用的ではない。こうした点を考慮し、本実時間操作法は、最新の観測情報をもとに各台風の特性に応じた貯水池の最大限の活用をめざしたものである。さらに、ダム操作としては、短時間で放流量の決定を下せるよう、なるべく実用性に富んだ形で定式化を進めている。

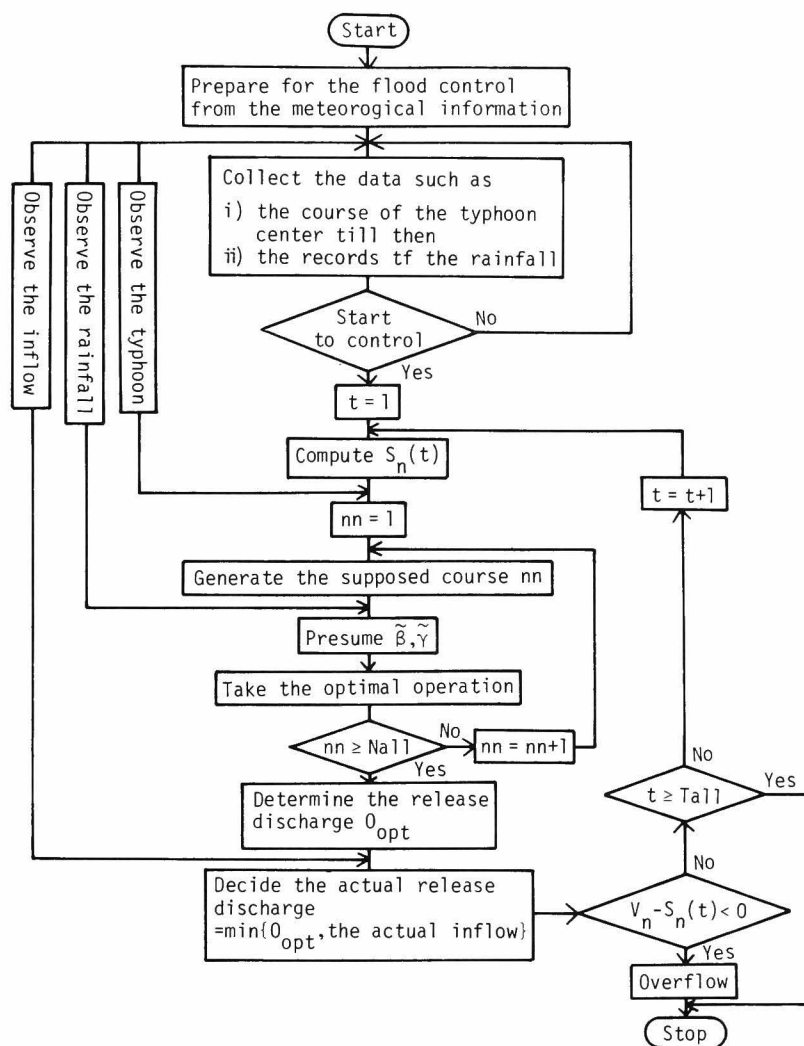
なお、ダム群の管理に関しては計画操作による制御特性を利用すべく、システム分割によって制御系は時間的・空間的に相関性の高いダム群に分割されているとみなすことができよう。ゆえに以下では、簡単なサブシステムでのダム操作を取り扱うことになるが、各制御結果の単純結合がシステム全体の最適解につながっていることはいうまでもない。

ただし、出水後の利水に関する実時間操作については、制御期間、入力推定などが異なるので、次章で一括して述べることにする。

### 第2節 治水時のダム操作手順

洪水時においてダム貯水池を有効に利用するためには、流域を総合的に考え、また、最新の水文情報に素早く対応できる柔軟な操作方式が必要である。この要求に答えるため、本章では、台風の特性を統計的

資料を利用して確率的にとらえ、その降雨分布を基礎に破堤の危険率を減少させる適応制御方式を提案する。まず、具体的なダム管理手順をまとめると以下のようなになる（図 6-1 参照）。



$t$ : the control time step  
 $Ta11$ : the total number of the control time steps  
 $Na11$ : the total number of the typhoon simulations  
 $\tilde{\beta}$ : described in the section 3  
 $\tilde{\gamma}$ : described in the section 3

図 6-1 ダム貯水池による治水時の実時間操作手順。

- (i) 気象情報から台風の発生をキャッチし、日本（対象流域）への影響があると判断されたら制御の準備態勢を整え、台風の進路と速度の観測、降雨テレメータによる雨量観測、水位テレメータによる流量観測をもとに制御を開始すべきかどうかを検討する。
- (ii) 制御開始すべきとの結論が得られると、その制御開始時刻までに入手した台風の進路と速度の情報、また、降雨データをもとに降雨予測モデルを用いて将来の降雨予測を行う。
- (iii) つづいて、観測された雨量と(ii)で求めた予測降雨とから、流出解析モデルを用いて将来の流出量を予測する。ただし、流出解析モデルは制御時までの降雨データと流量データの関係から、それらに合うように逐次修正するものとする。
- (iv) さらに、観測された流出量と予測された流出量から、今後の入力変動を考慮しつつ、制御目的を達成できるように、次の時刻の放流量を決定する。
- (v) 決定された放流量が妥当なものかどうかを検討し、管理機関の承認を得て実際のゲート操作を行う。もちろん放流にあたっては、下流において被害が生じないように連絡網の徹底化をはかることはいうまでもない。
- (vi) 以上のようにして各制御時におけるゲート操作が完了するわけであるが、次の制御時刻には新しく得られる状態量のもとで、台風の進路および降雨の観測により修正された降雨予測モデルと、降雨観測、流量観測により修正された流出解析モデルを用いて、同様の操作決定を行うことが必要である。
- (vii) 台風が消滅するか、あるいは越流、破堤、氾濫の危険性がなくなるまで、(ii)～(vi)の操作を繰り返す。

こうしたダム貯水池操作は、各制御時刻において新しく得られる状態、および各種の水文情報に反応してモデルの修正と操作の決定を行っていることから、適応制御方式といえることができる。次節では、適応制御の実施に際して必要なサブシステムを考察し、制御システムの構成をはかる。

### 第3節 入力予測システム

わが国は急峻な地形が多く、降雨から流量への流出遅れ時間が非常に短い。そのため、大部分の制御時点においては降雨が継続しており、制御終了時までの流入ハイドログラフを既知とした決定論的な最適放流量系列を求めることができない。したがって、実時間操作では、将来の降雨予測および流入ハイドログラフの予測が不可欠になる。しかも、各時刻で放流量系列を決定する以上、降雨系列および流入量系列の量、形状とも妥当な精度が要求される。

ところで、台風時に発生する降雨を大別すると、台風中心付近の渦動性降雨、地形効果による地形性降雨、そして前線性降雨である。一般に洪水被害を引き起こすのは渦動性降雨であるが、台風の進路によっては、後2者の影響も少なくない。建設省では、その各々に対して物理的な降雨機構を組み入れるとともに、気象因子の観測値を用いて力学的、熱学的に降雨を予測する方法を提案し、ある程度の成果は収めつつある<sup>4)</sup>。しかし、3時間先までで、かつ  $300 \text{ km}^2$  を均一的に対象とした降雨量予測であり、時々刻々のダム制御への入力予測情報としては、単位が過大であること、あるいは降雨の内部機構が複雑であることなどから、実用段階にはいたっていない。

また、他の降雨予測法として、過去の台風資料より類似台風を抽出し、台風中心の進路と到達時間を予

測し、簡略化した降雨波形を算定する方法がある<sup>5)</sup>。この方法も、類似台風によって進路を予測した場合、誤差が過大となる可能性があり、精度的に問題がある。しかも降雨波形に過度の簡略化を行えば、台風が予測進路を通ったとしても、一たん降雨パターンが変化すると、制御効果が極端に悪化する恐れがある。そこで本研究では、過去の台風資料を単に類似台風の抽出に用いるのではなく、統計的集合とらえて台風の進路および降雨量の推定を行うものである。

#### (1) 台風性降雨のシミュレート法

台風の進路と速度、および進路と対象地点の降雨強度との関係について、望月は次のような統計的処理を行っている<sup>6)</sup>。すなわち、図 6-2 に示すように、北緯 20° から 40°、東経 122° から 146° までの範囲を 1° ごと 480 個のマス目に分割し、過去にそのマス目を通過した台風について、その特性を解析した。ただし、南下あるいは途中で分裂した台風は省略されている。具体的には、図 6-3 に示すような部分領域をとり上げ、中央のマス目に着目すると、通過する台風の経路としては、格子点を通るものや逆方向および南下するもの、当該マス目を最後に消滅するものを省略すると、7 種類のパターンが考えられる。ここで、台風の経路をマス目のつながりとみなすと、各マス目において、(i) 2 重マルコフ連鎖とした場合の経路の条件付遷移確率、(ii) 経路別平均滞在時間、(iii) 対象地点の経路別条件付降雨確率、(iv) 対象地点の平均降雨強度が求められる。また、 $\alpha$ 、 $\beta$  を

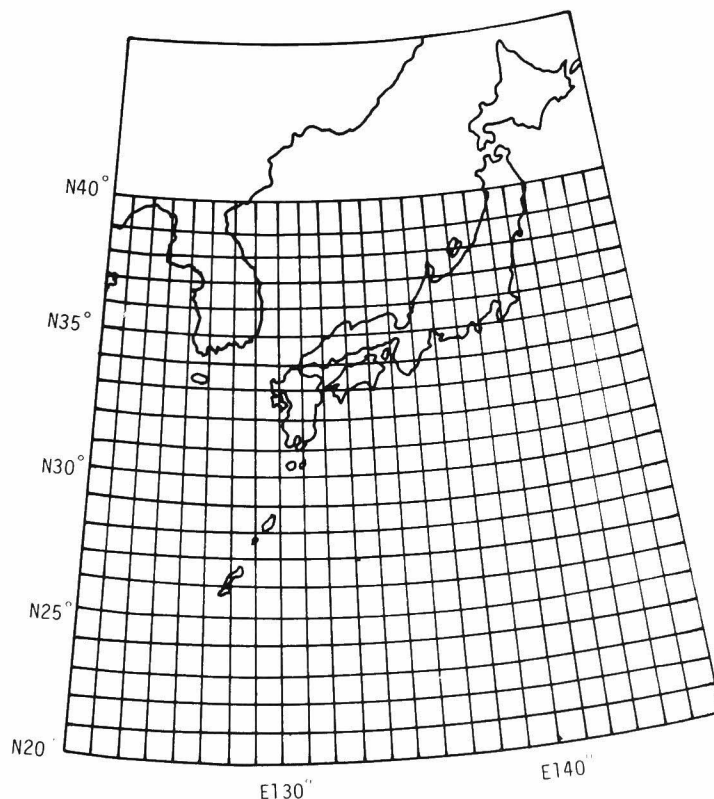


図 6-2 台風の解析領域<sup>6)</sup>

$$\alpha = \frac{\text{実際の台風が各マス目でもたらした降雨の累加値}}{\text{同一経路での平均降雨強度の累加値}} \quad \dots\dots\dots (6-1)$$

$$\beta = \frac{\text{実際の台風が各マス目で要した滞在時間の累加値}}{\text{同一経路での平均滞在時間の累加値}} \quad \dots\dots\dots (6-2)$$

と定義すると、各時刻における各値が一つの台風についてほぼ一定となることが確認されている。本シミュレーション法では、こうした特徴を生かして次のような手順で降雨予測を行うことにする。

まず、制御対象領域に台風が進入すると、将来の経路は確率的に推定でき、条件付遷移確率に従う乱数を発生させることによって一つの仮想進路を得ることができる。

つぎにこの仮想進路に対する降雨を求めるわけであるが、現在までの  $\alpha$ 、 $\beta$  が制御終了時まで続くと仮定すると、その推定値は次式より算定される。

$$\tilde{\alpha} = \sum_{t=1}^{TA} RA(t) / \sum_{i=1}^I RAM_i \cdot TAM_i \quad \dots\dots\dots (6-3)$$

$$\tilde{\beta} = TA / \sum_{i=1}^I TAM_i \quad \dots\dots\dots (6-4)$$

ここに、 $TA$ は台風の制御対象領域への進入時刻より、現時点までの解析時間、 $TAM_i$ は  $i$  番目のマス目の平均滞在時間、 $I$ は通過したマス目の総数、 $RA(t)$ は時刻  $t-1 \sim t$  の間の平均降雨強度、 $RAM_i$ は  $i$  番目のマス目での平均降雨強度である。また、 $\gamma = \alpha / \beta$  と定義すると  $\gamma$  の推定値  $\tilde{\gamma}$  は

$$\tilde{\gamma} = \tilde{\alpha} / \tilde{\beta} \quad \dots\dots\dots (6-5)$$

として求めることができる。これらの推定値より仮想進路に対する予想降雨としては、各マス目での滞在時間  $TT_i$ 、降雨強度  $RR_i$  はそれぞれ

$$TT_i = \tilde{\beta} \cdot TAM_i \quad \dots\dots\dots (6-6)$$

$$RR_i = \tilde{\gamma} \cdot RAM_i \quad (i = I+1, I+2 \dots\dots, IMAX) \quad \dots\dots\dots (6-7)$$

となり、単位時間区切りの降雨に変換することによりハイトグラフ  $\{R(t)\}$  が得られる。ただし、 $IMAX$  は対象領域内で台風が通過する最後のマス目を表わしている。こうして次の制御（観測）時刻に進むと、もし台風が同じマス目にいるなら、当該マス目での降雨強度式（6-3）と台風の滞在時間式（6-4）を変えて、新たな降雨予測が行われる。一方、台風が別のマス目に移動しているなら、現マス目番号を  $I = I+1$  として  $\alpha$ 、 $\beta$  の推定を行わなければならない。さらに、台風が解析対象領域よりはずれる

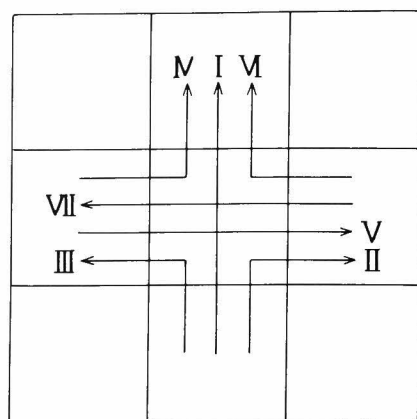


図 6-3 台風の通過パターン。



か消滅した場合は、速やかに治水制御を終了し利水制御への切り換えを指示する。

## (2) 流出解析

ダム操作への入力とするには、ハイエトグラフからハイドログラフへの変換が必要である。流出解析法には、単位図法、貯留関数法、タンクモデル法、Kinematic Wave法など多数提案されているが<sup>7),8)</sup>本章では、ダムへの流入量は河川上流域が対象であり、加えて斜面流出が卓越していることを考慮して、流出の物理的特性を保存したKinematic Wave法を用いることにする。次にその適用方法の概略を述べよう。

一般断面流路において、時間的に変動する横からの流入（降雨）がある場合、流れが等流に近いものと仮定すれば、運動方程式と連続式はそれぞれ次式のように表わされる。

$$Q(t) = KI \cdot \{AR(t)\}^{mm} \quad \dots\dots\dots (6-8)$$

$$\frac{\partial AR(t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(t)}{\partial x} = RE(t) \quad \dots\dots\dots (6-9)$$

ここに、 $x$ は流れの方向、 $AR(t)$ は時刻  $t$  での流水断面積、 $Q(t)$ は流量、 $RE(t)$ は降雨量  $R(t)$  より得られる有効降雨量であり、流れがManningの抵抗則に従うものとする、 $KI$ 、 $mm$ は

$$KI = n' (\sin \theta)^{-\frac{1}{2}} K_1^{\frac{2}{3}} \quad \dots\dots\dots (6-10)$$

$$mm = 3 / (2Z_1 + 3) \quad \dots\dots\dots (6-11)$$

より決定される。ただし、 $n'$ は粗度係数、 $\sin \theta$ は斜面勾配、 $K_1$ 、 $Z_1$ は $R_1$ を径深として  $R_1 = K_1 \{AR(t)\}^{Z_1}$  を満足する定数である。式(6-8)、(6-9)を展開すると、

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dQ(t)}{dAR(t)} = KI \cdot mm \cdot \{AR(t)\}^{mm-1} \quad \dots\dots\dots (6-12)$$

$$\frac{dAR(t)}{dt} = RE(t) \quad \dots\dots\dots (6-13)$$

となり、上2式を差分化することにより各時刻での流出流量  $Q(t)$ 、すなわちハイドログラフが求められる。このようにして、台風性降雨の予測ハイエトグラフから予測ハイドログラフが得られると、以下で述べるダム操作によって治水制御が行われる。

## 第4節 ピークカット制御方式

第2章で定義した治水目的を再度記述すると、次のようになる。

$$K \equiv \max \left\{ \frac{Q_{mp}}{Q_{md}} \right\} (m = 1, 2, \dots, M) \rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (6-14)$$

この目的を満たす放流量系列は、河道による貯留効果も考慮してDPによって最適解を求めることができる。しかし、即時的な判定を要する実時間洪水制御においては、ダム管理所に比較的性能の低い電子計算機しか設置されていない場合があり、より短時間でより記憶容量の少ない計算方法が望ましい。いま、実

際の台風性降雨が主に一山型であることに着目すると、次のような簡略的な操作方法が考えられる。すなわち、ある制御目標  $\mathbf{K}$  を定めて、それを上回る流入量を貯留する方法であり、単ダム 2 評価地点系の A-3 型を例にとって説明しよう。

まず、貯水池内の連続式より、制御初期の貯水量と最終貯水量には

$$S(T) - S(0) = \sum_{t=1}^T I(t) - \sum_{t=1}^T O(t) \quad \cdots \cdots (6-15)$$

の関係がある。また、各評価地点流量は河道の流下機構を線形で等ボリューム流下にとると

$$Q_1(t) = O(t) + q_1(t) \quad \cdots \cdots (6-16)$$

$$Q_2(t) = O(t) + q_1(t) + q_2(t) \quad \cdots \cdots (6-17)$$

で与えられる。結局、 $\mathbf{K}$  より評価地点のピーク流量が決まると、それを達成する放流量系列および式 (6-15) より最終貯水量が決定される。ある  $\mathbf{K}_k$  に対応する最終貯水量を  $S^k(T)$  ( $k=1, 2, \cdots, k, \cdots, k_{max}$  :  $k_{max}$  は設定した  $\mathbf{K}$  の総数) で表わせば、式 (6-15) より  $S^k(t)$  が最大のときに  $\mathbf{K}_k$  が最小値をとることは明らかである。したがって、制御最終貯水量を治水容量にすることができれば、その時の放流量系列が制御目的を満足することになる。具体的な計算手順としては、 $\mathbf{K}_k$  に対して各評価地点流量が次の制約条件を満たすかどうかを検討することになる。

(i) ピーク流量の条件：

$$Q_{mp}^k = Q_{md} \cdot \mathbf{K}_k \quad (m=1, 2) \quad \cdots \cdots (6-18)$$

(ii) 貯留増加量の第 1 条件：

$$\Delta S(t) = \max \{ I(t) + q_1(t) - Q_{1p}^k, I(t) + q_1(t) + q_2(t) - Q_{2p}^k, 0 \} \quad \cdots \cdots (6-19)$$

(iii) 貯留増加量の第 2 条件：

$$\Delta S(t) \leq I(t) \quad \cdots \cdots (6-20)$$

(iv) 貯留量の条件：

$$S(t) = \sum_{t=0}^t \Delta S(t) \leq V \quad \cdots \cdots (6-21)$$

つづいて、 $\mathbf{K}_k$  を順次下げていき、上記の条件が満たされなくなると限界値、つまり求める放流量系列が得られたことになる。本方法は図 6-4 に示すように評価地点での一定流量を目標とし、余剰水を貯水容量に等しくする点で図式的解法といえることができる。直列や並列のダム群でも同じ計算手順ではあるが、各ダムの貯留増加量に加えて、全ダムでの貯留増加条件、すなわち、両ダムによって制御効果が生じる地点でのピークカット条件が必要となる。ところで、こうした方法には、以下のような問題点がある。すなわち、ダム群を対象とした本方法の適用結果では、全ダムでの貯留増加量を第 3 章第 4 節(1)で述べた空間基準を用いて配分することになり、必ずしも最適解が得られるとは限らない。また、式 (6-16)、(6-17)

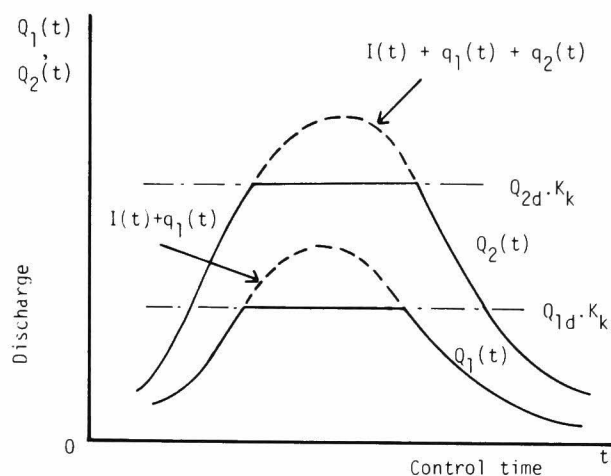


図 6-4 A-3 型によるピークカット制御方式。

を求めるときに述べたように、本方法は計算の簡略化を目ざしたもので、洪水流の忠実な追跡を行っていない。ゆえに、ダム直下流を評価地点にとるか、ダムや流域が小さく河道の流下合流機構が前 2 式で表現できる場合は適用可能であり、ダムから評価地点までの距離が長い大流域では適用が困難である。DP による最適化が要求されることになる。たとえば、淀川水系の青蓮寺、室生ダムは名張地点を評価地点にとれば適用可能となる。これに反し、高山、天ヶ瀬ダムが加茂あるいは枚方地点を評価地点として制御を行う場合には、河道の非線形効果が大きく DP に頼らざるを得ない。

さらに、ピークが複数個現われる入力分布であれば、将来のピークに備えるため放流による貯水量の減少条件も加わり、計算手順は一層複雑になる。山崎は 1 回目のピーク終了後の貯水池水位低下目標を、気象条件と下流の被害状況に応じて離散量で表現していく、多山型のダム操作方式を提案している<sup>9)</sup>。しかし、各ピーク時の放流量は一定率・一定量を基礎にして事前に決定された固定放流であること、すぐ直後の流量増加には対処しうるが、将来いくつのピークが発生するかまでは操作基準に入らず、貯水池容量の余裕と洪水ピーク数の少なさを期待したものといえる。

こうした問題が存在するにもかかわらず、計算例によると、ピーク流量の継続時間は多少長くなるが、一山型の洪水では制御目標値を細かく与えることによって、DP の最適解とほぼ同じ制御結果が得られた（図 6-5 参照）。とりわけ、簡単な四則演算だけで済むことより、DP 計算に比べて記憶容量で  $1/50$ 、計算時間で並列型なら  $1/70$ 、直列型なら  $1/60$  以上の節減化が可能であった（表 6-1 参照）。実時間操作ではピーク時までの初期操作が重要であり、通常、ピーク後は次の台風までの間隔が長く、貯水量の減少を余裕をもって行えることを考えると、ダムサイトから評価地点までの水理学的適用条件はあるものの、本方法は極めて実用性の高いものといえる。

$$Q_d = 20(\text{m}^3/\text{sec}), V = 60(\times 3600\text{m}^3), S(0) = 0, S(T) = V$$

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$I(t) \text{ m}^3/\text{sec}$	5	5	8	8	11	15	15	16	16	14	13	12	11	8	5
$q(t)$	5	8	9	9	11	13	13	13	11	10	10	9	7	6	5

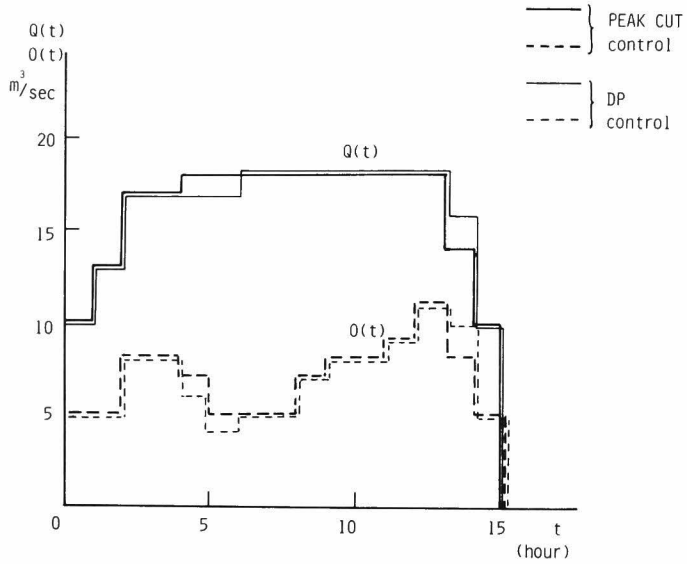


図 6-5 ピークカット制御方式と DP 制御方式の比較。

表 6-1 記憶容量および計算時間からみたピークカット制御方式と DP 制御方式の比較。

Dam control system	Computer memories		Computer time	
	P.C.	D.P.	P.C.	D.P.
A - 2	$1/_{100}$	1	$1/_{3}$	1
A 3	$1/_{65}$	1	$1/_{2}$	1
p 3	$1/_{180}$	1	$1/_{70}$	1
S 2	$1/_{200}$	1	$1/_{60}$	1

## 第5節 放流量決定システム

以上によって、1つの仮想進路に対する最適放流量系列が得られる。ところが、仮想進路は遷移確率より定められるものであるから、対応する放流量や目的関数値もまた確率集合を構成する。そこで、目的関数値の確率分布にある基準値（超過確率あるいは非超過確率）を与え、それを満たす放流量を次時刻の決定放流量として用いることにする。基準値は現放流による目標値達成の不確実性を表わしており、現時点での制御結果に対する安全率となる。ところで、この基準値の決め方の一つに、発生した目的関数値のうちで最大値を与える放流量が次時刻の決定放流量とする方策が考えられる。だが、この方策は流入量の大部分を放出する非効率的な制御になる可能性が強く、流出解析法や降雨予測精度を考慮してもあまりに悲観的な意志決定である。また、超過確率50%に対応する放流量を採用することも考えられるが、これはとりもなおさず、決定放流量が予想される最大放流量より少なすぎる可能性が50%あることに相当する。台風が最危険経路をたどった時に貯水池を不用意に満たしておくことになり、公共性の強い治水制御の面からは不満足であろう。究極的には、台風が危険な経路をとる場合には備えるけれど、シミュレーションの精度を考慮して超過確率10%程度の値が現実的であろう。もちろん、人工洪水の発生を防止するため、放流量に上限を設けるか決定放流量と実流入量の小さい方を実放流量とするなどの措置が必要であろう。

なお、目的関数値の確率分布には流出解析や貯水池操作などの非線形変換が組み込まれることになるので、仮想進路の確率分布をそのまま当てはめるわけにはいかない。目的関数値の確率分布の形成方法としてはシミュレーション法があり、次のようにして求められる。すなわち、乱数を用いて多数の仮想進路を発生させ、各々の進路において現在の台風情報が維持されるとして、多数のハイトグラフを求める。次に、これらハイトグラフに流出解析をほどこして得られるハイドログラフに対して、たとえば、前節で提案したピークカット制御にみられる貯水池の最適操作を行い、目的関数値の頻度分布をつくる。この頻度分布をもって確率分布とするのであり、毎制御時刻において、観測情報に基づき修正された $\tilde{\alpha}$ ,  $\tilde{\beta}$ ,  $\tilde{\gamma}$ をもとに新たな頻度分布が描かれることになる。以上のように、本適応制御方式は目的関数値の確率分布をもとに、ある基準値に相当する安全率が保証された制御であることより、ストカスティック・コントロール(SC)方式と呼ぶことにする。

## 第6節 適用と考察

### (1) 適用条件

SC方式の有効性を検証するため、淀川流域（木津川流域）の青蓮寺ダムで適用しよう。同流域の形状は図6-6に示すとおりで、水文諸係数は表6-2に載せてある。遷移確率や平均滞在時間、平均降雨強度は昭和15年から43年までの329個の台風について、望月が算定した値を用いる。表6-3はその一例である<sup>6)</sup>。制御系は評価地点を上名張とする単ダム・単評価地点系（A-2型）と考える。

パラメータ $\alpha$ ,  $\beta$ の推定に際して、 $\beta$ は台風速度を意味し比較的安定した値をとるが、降雨強度に関連する $\alpha$ は台風の接近にともなう前期降雨の規模によって大きな変動が予想される。いま、同流域で平均降雨強度が $10\text{ mm/hour}$ 以上を記録した台風位置のマスを示すと、図6-7のように強い地域性が現わ

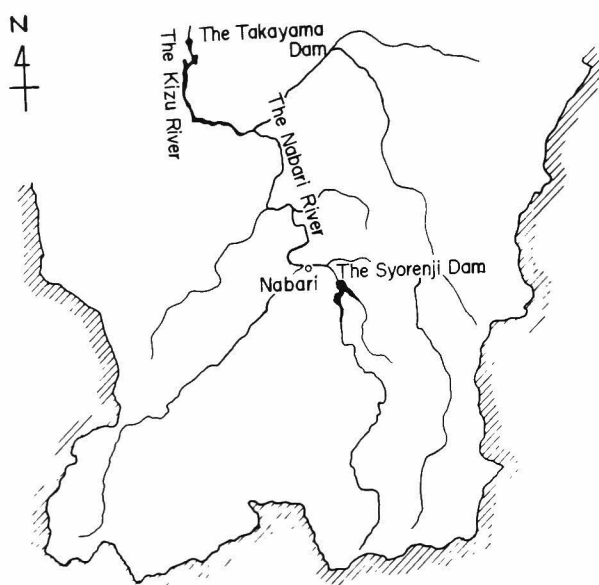


図 6-6 青蓮寺ダムの流域図。

表 6-2 青蓮寺ダム流域における水文諸量。

Basin area	100 km <sup>2</sup>	AR (slope)	100 m <sup>3-2MR</sup> /sec
Basin flow discharge	11.0 m <sup>3</sup> /sec	MR (slope)	1.67
Slope length	1800 m	AR (channel)	0.30 m <sup>3-2MR</sup> /sec
Channel length	2800 m	MR (channel)	1.48
Recession coefficient of subsurface flow	0.4 hour <sup>-1</sup>	Initial infiltration rate	1.0 mm/hour
Capillary water content	60 mm	Last infiltration rate	0.23 mm/hour
Saturated water content	180 mm	Initial soil moisture concentration in the subsurface flow	54 mm
Recession coefficient of infiltration	0.15 hour <sup>-1</sup>		

表6-3 (a) 遷移確率の例, 台風経路 I。

[illegible]







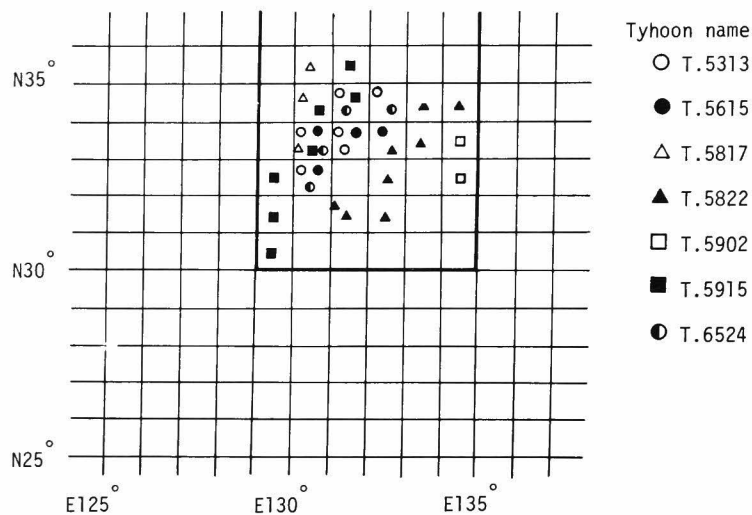


図 6-7 台風による主降雨域の分離。

れている。したがって、主降雨時の予測精度の向上のため、適用にあたっては  $\alpha$  の推定値を次のように変えることにする。すなわち、同図の太い実線で示した領域内を主降雨域と考え、その領域外では観測開始時からの履歴によって次式より推定する。

$$\tilde{\alpha}_{out} = \frac{\sum_{t=1}^{TA} RA(t)}{\sum_{i=1}^I RAM_i \cdot TAM_i} \quad \dots\dots\dots (6-22)$$

一方、主降雨域内では、前期降雨の影響を減少させ、主降雨の規模を的確に予想するとともに、極端な  $\tilde{\alpha}$  の変動をさけるために過去 3 時間の履歴をもとに次式より推定する。

$$\tilde{\alpha}_{in} = \frac{\sum_{t=TA-3}^{TA} RA(t)}{\sum_{i=I_{TA-3}}^I RAM_i \cdot TAM_i} \quad \dots\dots\dots (6-23)$$

ここに、 $I_{TA-3}$  は時刻  $TA-3$  での台風が存在するマス目を表わしている。

ダムの最適操作は、評価地点がダムの直下流であるから、ピークカット方式を用い、放流量の刻み巾が  $5 \text{ m}^3/\text{sec}$  に対応する目的関数値  $K_k$  の変化で DP と同程度の解が得られるようにした。また、仮想台風の発生個数による制御結果の安定性をみるために、図 6-8 に発生回数を 50, 100, 150, 200 とした場合の計算放流量系列  $O_{com}(t)$  の変化を示した。同図から明らかなように、100 回以上になるとほぼ同一系列となっている。制御初期の不確実性が高い時には発生回数を多くし、ピーク以後は発生回数を少なくす

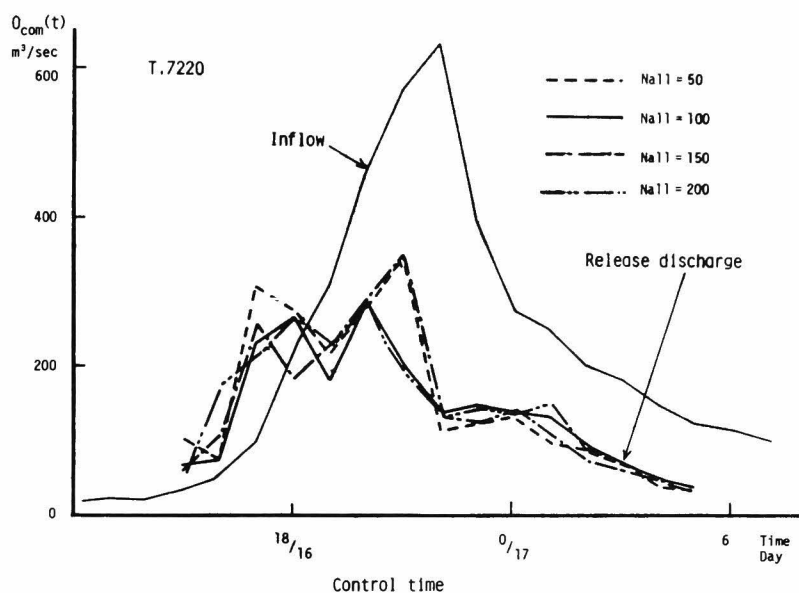


図 6-8 仮想台風の発生個数による制御特性の変化。

る方法も考えられるが、本適用では一様に発生個数を 100 回とした。また、放流量の決定には、超過確率 10% の安全性をもつ流量を選んだ。

## (2) 適用と考察

青蓮寺ダム完成（1970 年）後の洪水データが少ないので、それ以前の 3 出水を含めて 4 ケースの適用を行った。最終貯水量は全て満杯に設定した。図 6-9～6-12 は各出水での制御後の評価地点流量を示したものであり、いずれの場合もかなりの制御効果がうかがえる。図 6-12 では、ピークカット制御法を用いた SC 方式と現行の操作結果との比較も行っている。現行の方法は予備放流を行い、初期貯水量がかなり低下しているにもかかわらず、より短い制御期間である SC 方式と制御結果はあまり異っていない。これは、入力予測を行わないで毎時の流入量に比例した水量を放出しているため、貯水池容量が十分生かされていないのであろう。図 6-13 は各出水における貯水量系列であり、可能な範囲内で貯水容量を活用し、ピーク流量のてい減をはかっていることがわかる。

図 6-14 は各出水において、制御時刻 2, 5, 8 時間目の目的関数値の頻度分布を示したものである。時刻 2 ではばらついた分布になっているのに対し、時刻 5, 8 になるにつれてなめらかな分布になる。要因としてはマス目の粗さだけでなく、台風の初期あるいは前期行動のランダム性が考えられ、時間の経過とともに台風の特性が明確になるのがわかる。図 6-15, 6-16 は、降雨推定に用いたパラメータ  $\tilde{\beta}, \tilde{\gamma}$  の推移を表わしたものである。マス目の滞在時間  $\tilde{\beta}$  の変動は極めて少なく、台風の速度に関しては良好な推定値が得られている。一方、降雨強度の推定値  $\tilde{\gamma}$  の変動は極めて大きい。これは降雨初期での予測誤差の

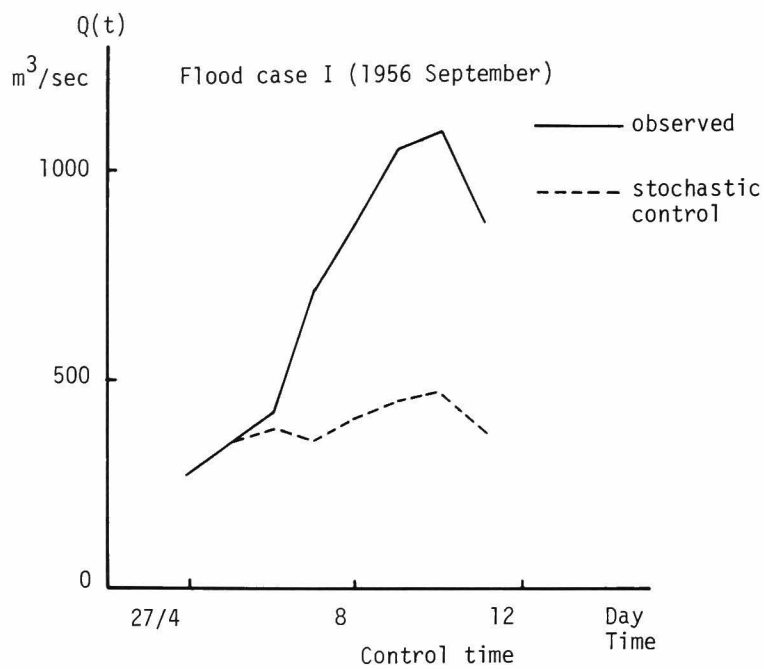


図 6-9 青蓮寺ダムにおける適用結果，出水ケースⅠ。

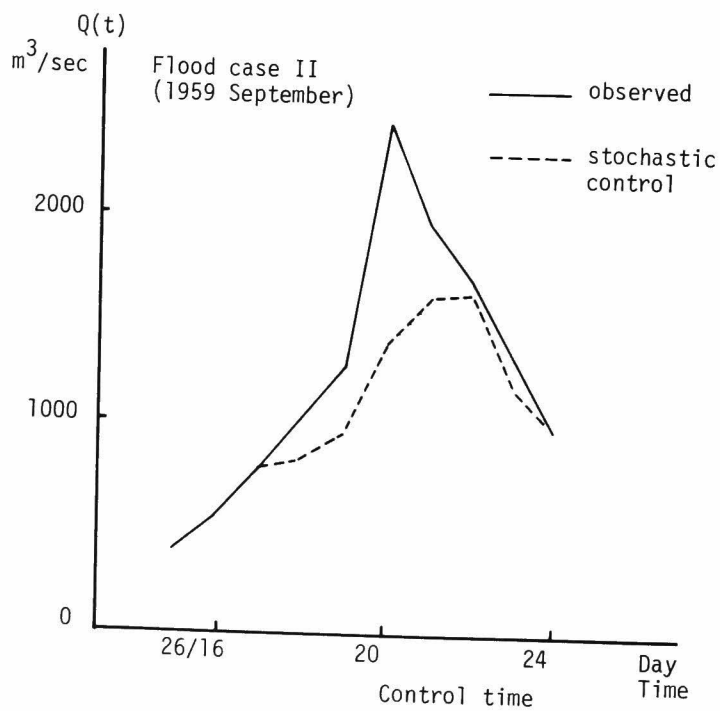


図 6-10 青蓮寺ダムにおける適用結果，出水ケースⅡ。

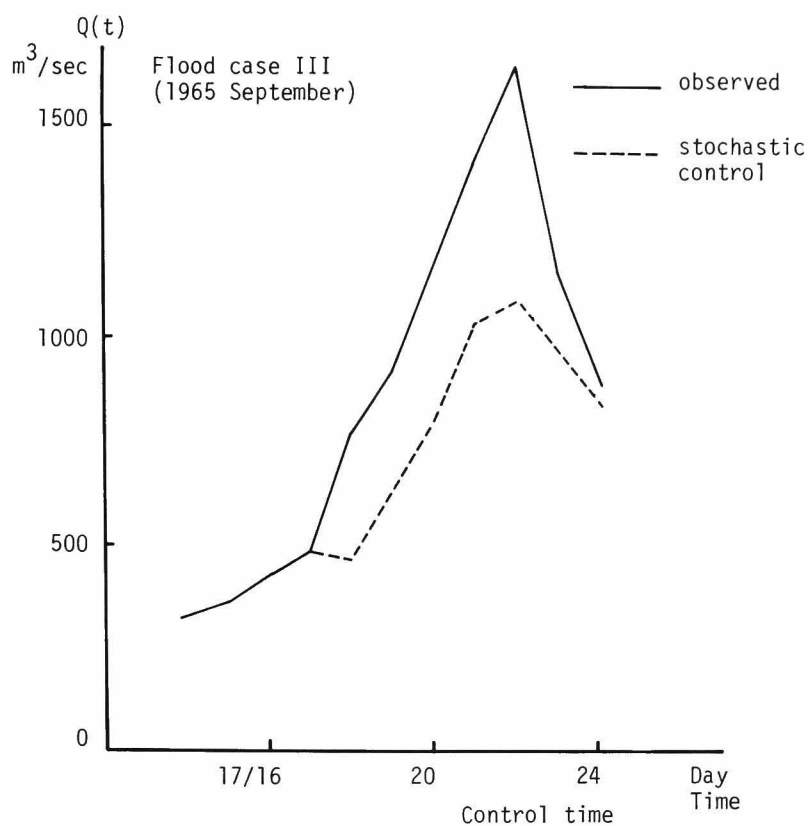


図 6-11 青蓮寺ダムにおける適用結果, 出水ケースⅢ。

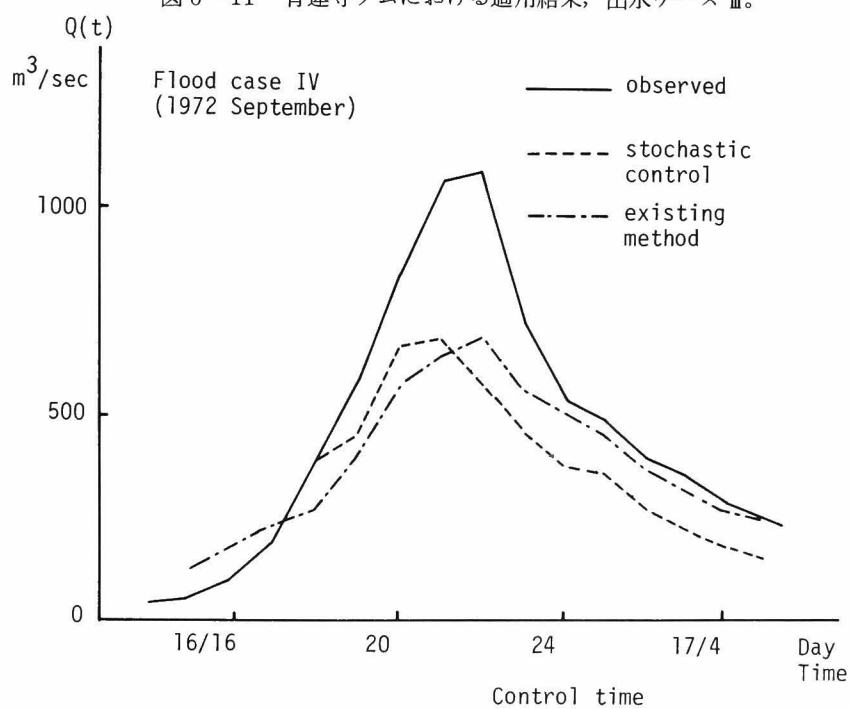


図 6-12 青蓮寺ダムにおける適用結果, 出水ケースⅣ。

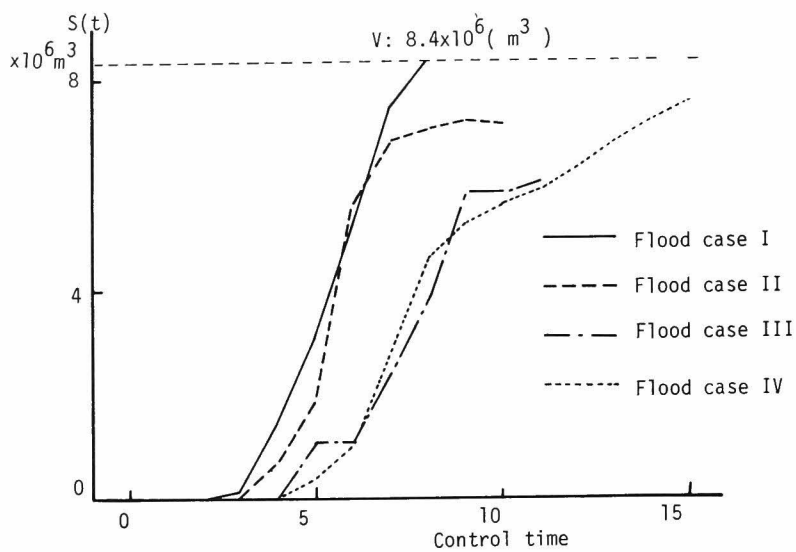


図 6-13 各出水における貯水量系列。

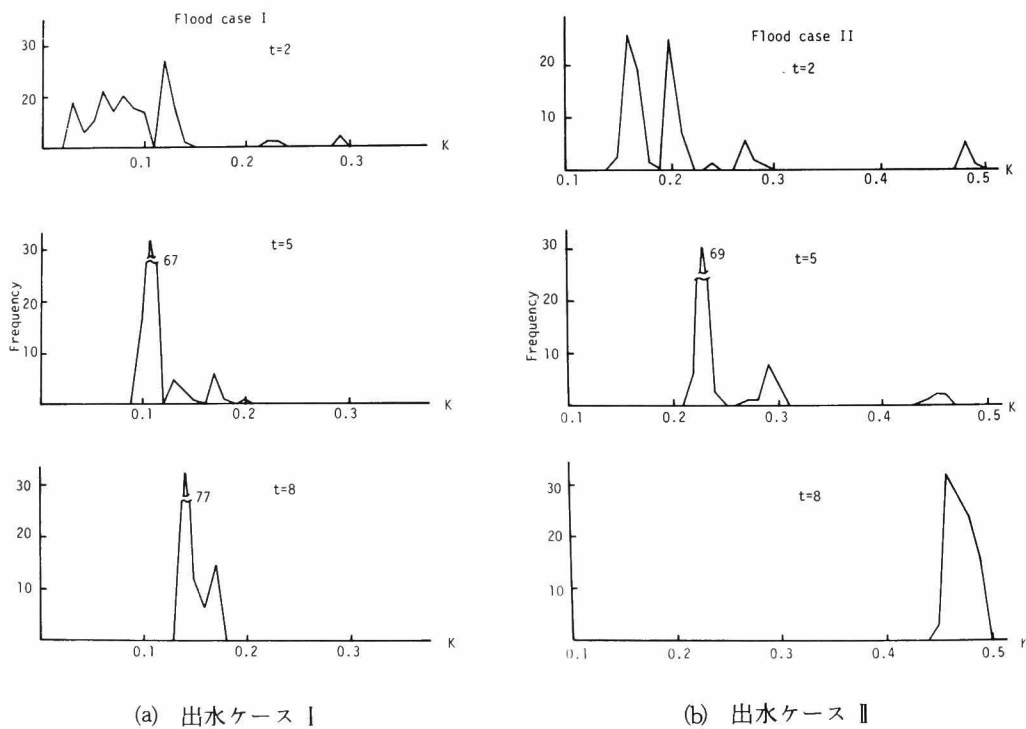
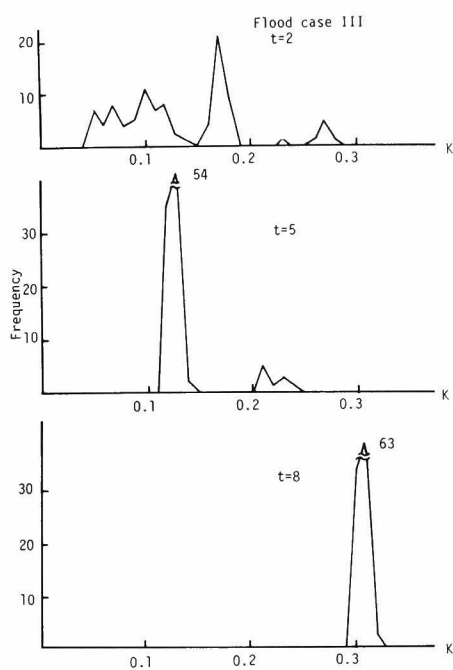
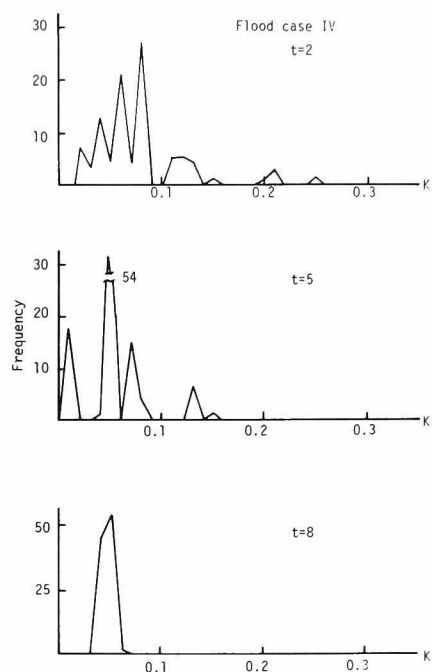


図 6-14 制御時における頻度分布。



(c) 出水ケース III



(d) 出水マース IV

図 6-14 制御時における頻度分布。

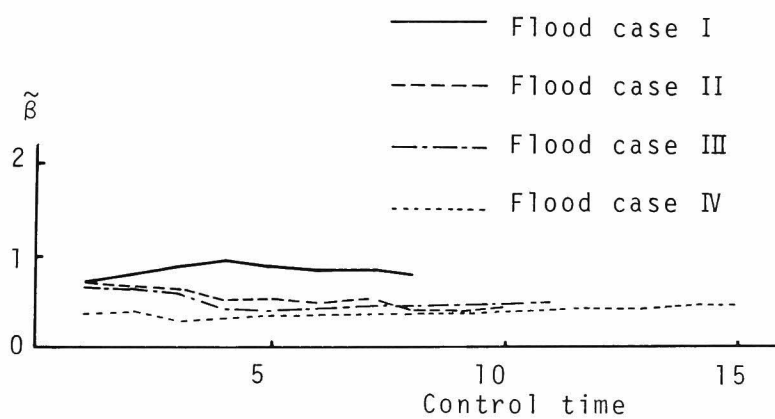


図 6-15 各制御におけるパラメータ  $\tilde{\beta}$  の推移。

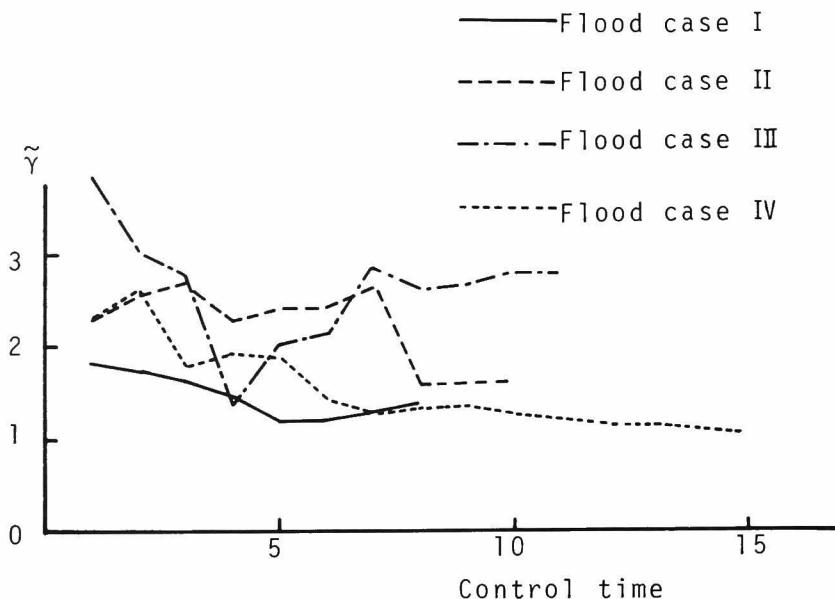


図 6-16 各制御におけるパラメータ  $\tilde{\gamma}$  の推移。

影響が強いからであり、 $\tilde{\gamma}$  の変動に制限を設けたり、他の気象因子（たとえば台風の中心示度）の導入が必要であろう。

## 第 7 節 結 語

本方法は、台風性降雨に限定したダム群の統計的適応制御方式であり、ある安全率をもつ制御効果を期待したものである。すなわち、台風性降雨の不確実性が主として台風の進路の不確実性によるものと考え、それを統計的に把握することによって、既知の情報を最大限に利用し、将来に対してある超過確率で対処しようとする制御方式である。ここに、得られた成果を要約すると次のとおりである。

- (i) 時々刻々入手する情報を利用しているので、資料の得られる期間が比較的短い地域でも適用が可能である。
- (ii) 最終的に、必要な貯水量に近づける最適操作を行っており、いかなる規模の出水に対しても同程度の制御結果が得られる。
- (iii) ダム管理者による経験的な操作から、安全率を考慮した普遍的な操作が可能になる。
- (iv) 過去の台風資料に対して本方法を適用することによって、実時間でのダムの制御効果や評価地点の安全度が把握でき、ダムの規模・配置計画に対して、管理面からの重要な指標を提供できよう。
- (v) あるダム貯水池における多くのシミュレーション結果より、ある一定の制御基準が抽出されるなら、従来の固定操作にかかわってダムに固有な不定率操作方式が求められよう。

今後、統計資料の蓄積による解析マス目の細分化、レーダや気象観測衛星からの最新情報を用いたダム操作の修正を行うことによって、こうした SC 方式が改善されていくならば、より安全で精度の高い治水



制御がはかられるであろう。

## 参 考 文 献

- 1) 建設省近畿地方建設局淀川ダム統管理事務所：淀川ダム統管理の概要，1974.
- 2) Takeuchi K.: Application of the Kalman Filter to Cyclone Forecasting, 東京工業大学土木工学科, 研究報告, No 21, 1976, pp. 1 - 62.
- 3) 中村昭：渇水時の貯水池の放流目標決定に関する一考察 — 確率 DP の適用 — , 土木学会第 31 回年次学術講演会講演概要集, 第 II 部, 1976, pp. 132 - 133.
- 4) Ministry of Construction Government of Japan: Flood Forecasting Warning and Flood Fighting, The 1st Training Seminar in Flood Forecasting and Warning, 1969.
- 5) 前出 1) .
- 6) 望月邦雄：淀川の治水計画とそのシステム工学的研究, 京都大学博士論文, 1970.
- 7) 高棹琢馬, 金丸昭治：水文学, 朝倉土木工学講座, 朝倉書店, 1975, pp. 200 - 214.
- 8) 土木学会編：水理公式集, 土木学会, 1971, pp. 117 - 126.
- 9) 山崎不二夫：多目的ダムの洪水時のダム操作について(Ⅲ) — 複数のピークをもつ洪水の場合 — , 水利科学, No 128, 1979, pp. 49 - 61.

## 第 7 章 利水時の実時間操作

### 第 1 節 概 説

出水時におけるダム貯水池の治水操作が終了すると、操作基準は、次の出水までの利水操作へと移らなければならない。昭和 39 年の東京や昭和 52 年の福岡洪水、あるいは長期化する吉野川や那賀川での濁質被害を考えるとダム建設のシステム設計だけでなく、建設後においてもゲート操作によって貯水池を効果的に管理し、水量、水質にわたって適切な利水操作を行うことの重要性がうかがえる。現行では、長期の天気予報を考慮するとはいえ必要量だけを放流し、被害発生（異常事態）が予測された時点で急遽変更するという、即時的なものがほとんどである。こうした状況に対して、過去の水文情報だけでなく、現在の観測情報を生かした長期間の気象状態の予測を行い、季節的水需要の変化に合致した合理的なダム操作が望まれることはいうまでもない。ところで、実時間操作に関しては、竹内の洪水持続曲線法<sup>1)</sup>や Anis と Lloyd の マルコフ入力モデルなどがあるが、前者はダム管理当局によって現在の洪水年が決定されると、それに対応して過去の流量資料から放流量が一意的に求められるものであり、現洪水状態の把握に問題が集約される。後者は入力の変動状態を仮定しており、出水直後の観測情報の少ない非定常な時点では適用が困難である。

本章ではそうした点にかんがみ、出水後の平常時から洪水時までを対象にした利水操作方式の確立をはかるものである。とくに、ダム操作の最適化には前述の DP を駆使し、最新の気象観測情報をもとに制御期間、最終貯水量の決定を行っている。また、入力予測に関しても、予測期間が長期にわたり、しかも、その間において降雨要因が多く、台風性降雨のように統計的情報を重視した予測モデルを構成できないので、本章では、流量の減衰特性を利用したフィルタリングモデルを提案する。さらに、実流域で適用を行い、実時間操作における制御効果と適用時の諸問題についての考察を行うものである。

### 第 2 節 利水時のダム操作手順

#### (1) 実時間操作の概要

利水操作は 1 日あるいは半旬単位で実施されており、最適放流量の決定には時間単位の治水操作に比べてかなり余裕があるように見える。しかし、利水目的を有するダム群は小規模のものまで含めるときわめて多く、建設省のダム統管理事務所に設置されている計算機においても、最適操作の算定には長大な計算時間を費やすことになる。また、ダムの管理面からすれば、集中豪雨などの突発的な現象にも対処できる柔軟な制御システムが望まれる。すなわち、雨量・流量・水質観測所から送られてくるデータの解析、将来の入力分布（流入流量、流入濁度）の予測を行い、次時刻の最適放流量を迅速に決定するシステムの構成が必要である。

以上の観点より、利水時のダム操作システムを展開すると、次のようになる。

- (i) 現在の貯水池の水量・水質状態を把握し、各々を次時刻の放流量決定における初期値とする。

- (ii) 現在および次時刻の降雨発生を検討し、利水操作から治水操作へ切り換えるか否かを決定する。たとえば、気象衛星やレーダーの情報をもとに雨域や低気圧の接近につれて大出水が予想される場合であり、その場合には、予備放流による貯水池水位の低下が行われる。
- (iii) 治水操作となれば、制御目的、時間、入力推定法が異なるので、前章で述べたストカスティック・コントロールを行う。
- (iv) 利水操作が継続されると、今後の無降雨期間を推定し、それを利水操作期間として設定する。制御期間はDPによる放流量の決定に必要であり、実績放流量のように次時刻の放流量がその時点の貯水量と入力だけで決まる場合には不要である。
- (v) 流量・水質の観測情報をもとに、制御最終時刻までの入力分布を推定する。
- (vi) 得られた入力分布に対して最適利水操作を実施し、次時刻の放流量を決定する。
- (vii) 新しい施設の運用、異常渇水、高濃度の水質悪化による別の操作ルールの適用がない限り、現在の利水操作が続くものとして、次の制御時刻がくると(i)に戻る。

これは毎時刻同じ作業の繰り返しであり、情報処理や放流量の決定方法を簡略化して、迅速かつ効率的なダム運営をはからなければならない。次節では、そうした面に重点を置いて実システムの構成をはかっていく。

以上が実時間操作ルールの基本項目であるが、(ii)、(iv)は気象状態を観測し利水制御期間を決定する部分で、気象観測・処理システムといえよう。(i)、(v)は流量・水質の観測をもとに貯水池への入力を予測する部分で、入力予測システムである。(vi)は予測された入力分布に対して貯水池の最適操作を行って次時刻の放流量を決定する部分であり、放流量決定システムとなる。

上記の各部分システムは、時間的推移によるパラメータの修正を通じて有機的に関連し、図7-1で示されるトータルシステムを形成している。

## (2) 制御目的と評価関数

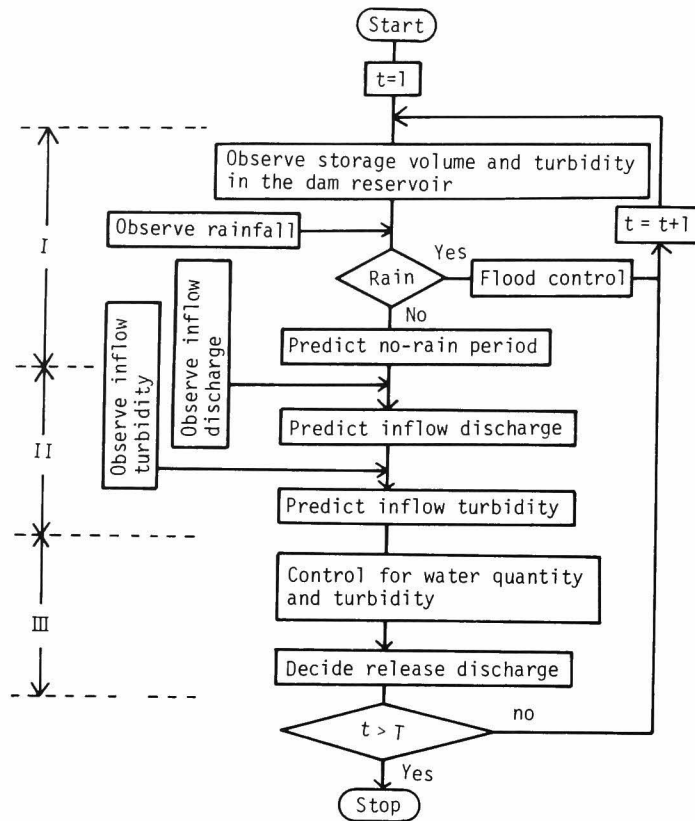
出水終了後、次の出水までの利水操作時においては、水量の安定供給および水質浄化が制御目的となる。したがって、第5章で述べたように多目的操作となり、単一目的である治水操作の場合とは、おのずと異なってくる。ここで、低水、濁質の相対評価を同一におき、制御目的を第5章第4節で定義したスカラー最適化手法で表わすと、目的関数 $J$ は

$$J \equiv \min \left\{ \frac{Q_{ml}}{Q_{md}}, \frac{C_{md}}{C_{m \max}} \right\} (m = 1, 2, \dots, M) \rightarrow \max \quad \dots\dots (7-1)$$

かつ

$$J \geq 1$$

となる。ただし、各変数はすでに定義されているので、説明は省略する。評価関数には、“目的関数の近似化法”を用いれば式(7-1)をそのまま最適化に用いることができる。各制御時刻において、 $J < 1$ が頻繁に現れるときは将来に渇水あるいは濁質被害が発生しやすいことを意味し、現有施設群での操作限界を認識し行政的な水利用形態の転換を要求している。ここでは、そうした事態への予測と警告だけにと



I ; Observation system of weather condition  
 II ; Prediction system of water quantity and turbidity  
 III ; Decision system of release discharge

図 7-1 ダム貯水池による利水時の実時間操作手順。

どめ、具体的な行政施策については取り扱わない。

### 第 3 節 気象観測・処理システム

基本となる利水期間としては、降雨から次の降雨までの一連の無降雨期間が相当する。また、貯水池水位は降雨により回復するので、降雨量の設定が必要である。ただし、ある規模以下の降雨は流量・濁質入力に大きな影響を及ぼさないとみなし、利水時の外乱とする。以下では、 $R_a$  (mm/day) の降雨を基準値とし、その基準値以上の降雨の間隔をダム操作期間として、入力システムのパラメータを決定する。

#### (1) 制御期間と降雨量

ある地点での降雨事象が、互いに独立でポアソン分布に従うとすれば、 $R_a$  以上の降雨間の無降雨継続時間  $t_b$  は次の確率密度関数  $f_{T_b}(t_b)$  をもっている<sup>3)</sup>

$$f_{T_b}(t_b) = \beta e^{-\beta t_b} \quad \dots\dots (7-2)$$

いま、無降雨状態を正常とし、降雨状態を故障とみなす気象システムを考える。降雨終了( $t=0$ )よりすぐに作動したシステムが、時刻 $t$ だけ経過した後の観測で正常に機能している信頼度を $R_e(t)$ で表わそう。一方、システムが時刻 $t$ で故障している、すなわち降雨が発生する確率を $Q_e(t)$ とすると、

$$Q_e(t) = 1 - R_e(t) \quad \dots\dots (7-3)$$

の関係がある。また、システムの故障レベルに関する確率密度関数は式(7-2)、(7-3)より

$$\frac{dQ_e(t)}{dt} = -\frac{dR_e(t)}{dt} = \beta e^{-\beta t_b} \quad \dots\dots (7-4)$$

となる。<sup>4)</sup>したがって、単位時間にシステムが故障する割合は、

$$\frac{1}{R_e(t)} \cdot \frac{dQ_e(t)}{dt} = \beta \quad \dots\dots (7-5)$$

与えられ、平均故障間隔、すなわち、時刻 $t$ における無降雨間隔の期待値は $1/\beta$ となる。結果的には、来たるべき無降雨期間は同一の無降雨状態では常に一定値をとり、ダム操作の制御期間( $T_E$ )も一定値 $T_E = \beta^{-1}$ とすることができる。

一方、1降雨事象での降雨量 $\tau$ の確率密度関数 $f_R(\tau)$ は次のガンマ分布で表現されるものとする。<sup>5)</sup>

$$f_R(\tau) = \frac{\lambda \cdot (\lambda \cdot \tau)^{\kappa-1} \cdot e^{-\lambda \tau}}{\Gamma(\kappa)} \quad \dots\dots (7-6)$$

ここに、 $\kappa$ 、 $\lambda$ はガンマ分布のパラメーターである。基準値 $R_a$  mm/day以上の降雨を対象とした確率密度関数 $f_{R|R_a}(\tau)$ は、式(7-6)に対して $\int_{R_a}^{\infty} f_{R|R_a}(\tau) d\tau = 1$ となる操作を行えばよく、 $\tau' = \tau - R_a$ とおけば、

$$\begin{aligned} f_{R|R_a}(\tau') &= \frac{f_R(\tau' + R_a)}{1 - \int_0^{R_a} f_R(\tau) d\tau} \\ &= \frac{\{\lambda(\tau' + R_a)\}^{\kappa-1} \cdot e^{-\lambda(\tau' + R_a)}}{\Gamma_0(R_a)} \quad \dots\dots (7-7) \end{aligned}$$

になる。ここに、 $\Gamma_0(R_a)$ は

$$\Gamma_0(R_a) = \int_{R_a}^{\infty} (\lambda \cdot \tau)^{\kappa} \cdot e^{-\lambda \tau} d\tau \quad \dots\dots (7-8)$$

で示す不完全ガンマ関数である。

## (2) ベイズ論によるパラメータの推定

前出のパラメータは流域に固有の値をもつが、過去の有限な統計資料からだけでは、真値を得ることができない。絶えず新たな判断材料、たとえば、観測情報を用いてより良い推定値を算定し、制御を行おうとするのは極めて合理的な方法と言える。こうした統計処理手法にベイズの定理があり、以下のように適用される。

まず、貯水池操作開始後、 $NR$ 回の降雨 $R_{NR} = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{NR})$ を観測し、その間の無効雨期間を

$T_{NR} = (t_b^1, t_b^2, \dots, t_b^{NR})$  としよう。パラメータ  $\beta$  に関する尤度  $L(\beta | T_{NR})$  は式 (7-2) より

$$L(\beta | T_{NR}) = \prod_{nr=1}^{NR} \beta e^{-\beta t_b^{nr}} = \beta^{NR} \cdot e^{-\beta \sum_{nr=1}^{NR} t_b^{nr}} \quad \dots\dots (7-9)$$

となる。事前確率  $\xi(\beta | T_0)$  は流域の統計資料から与えられ、無降雨期間を  $T_0 = (t_b^1, t_b^2, \dots, t_b^{MR} : MR \text{ は統計資料における無降雨事象の総数})$  と表わせば、

$$\xi(\beta | T_0) = \prod_{mr=1}^{MR} \beta e^{-\beta t_b^{mr}} = \beta^{MR} \cdot e^{-\beta \sum_{mr=1}^{MR} t_b^{mr}} \quad \dots\dots (7-10)$$

となる。ここで、

$$\left. \begin{aligned} A_t &= \sum_{nr=1}^{NR} t_b^{nr} \\ B_t &= \sum_{mr=1}^{MR} t_b^{mr} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (7-11)$$

とくと、事後確率  $\xi(\beta | T_0, T_{NR})$  は式 (7-9), (7-10) をベイズの定理<sup>6), 7)</sup> に適用し

$$\xi(\beta | T_0, T_{NR}) = \frac{\xi(\beta | T_0) \cdot L(\beta | T_{NR})}{\int_{\beta} \xi(\beta | T_0) \cdot L(\beta | T_{NR}) d\beta} \quad \dots\dots (7-12)$$

で示され、 $\beta$  の期待値  $\hat{\beta}_{NR}$  は

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{NR} &= \int_0^{\infty} \beta \cdot \xi(\beta | T_0, T_{NR}) d\beta \\ &= \frac{MR + NR + 1}{A_t + B_t} \\ &= \frac{\hat{\beta}_{NR-1} (MR + NR + 1)}{\hat{\beta}_{NR-1} t_b^{NR} + (MR + NR)} \quad \dots\dots (7-13) \end{aligned}$$

となり、新たな降雨が観測されるごとに  $\beta$  を推定することができる。ゆえに、無降雨期間の推定値は  $\hat{\beta}_{NR}^{-1}$  であり、次の利水時の制御期間となる。

降雨量分布についても、同様の推定法を用いることができる。すなわち、 $R_{NR}$  の降雨量系列に対するガンマ分布の尤度は

$$\begin{aligned} L(\lambda, \kappa | R_{NR}) &= \prod_{nr=1}^{NR} \frac{\{\lambda(r'_{nr} + R_a)\}^{\kappa-1} \cdot e^{-\lambda(r'_{nr} + R_a)}}{\Gamma_0(R_a)} \\ &= \left( \frac{\lambda^{\kappa-1}}{\Gamma_0(R_a)} \right)^{NR} \cdot A_{1r} \cdot e^{-\lambda A_{2r}} \quad \dots\dots (7-14) \end{aligned}$$

となる。ただし、

$$\left. \begin{aligned} A_{1r} &= \prod_{nr=1}^{NR} (r'_{nr} + R_a) \\ A_{2r} &= \sum_{nr=1}^{NR} (r'_{nr} + R_a) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (7-15)$$

である。また、統計資料からの降雨量系列を  $R_0 = (\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2, \dots, \bar{\tau}_{MR})$  とし、

$$\left. \begin{aligned} B_{1\tau} &= \prod_{m\tau=1}^{MR} (\bar{\tau}'_{m\tau} + R_a) \\ B_{2\tau} &= \sum_{m\tau=1}^{MR} (\bar{\tau}'_{m\tau} + R_a) \end{aligned} \right\} \quad \dots (7-16)$$

とおけば、事前分布  $\xi(\lambda, \kappa | R_0)$  は

$$\xi(\lambda, \kappa | R_0) = \left( \frac{\lambda^{\kappa-1}}{\Gamma_0(R_a)} \right)^{MR} \cdot B_{1\tau}^{\kappa-1} \cdot e^{-\lambda B_{2\tau}} \quad \dots (7-17)$$

で与えられる。結局、事後分布  $\xi(\lambda, \kappa | R_0, R_{NR})$  は

$$\xi(\lambda, \kappa | R_0, R_{NR}) = \frac{\lambda^{(\kappa-1)(MR+NR)} \cdot (A_{1\tau} \cdot B_{1\tau})^{\kappa-1} \cdot e^{-\lambda(A_{2\tau} + B_{2\tau})}}{\int_0^\infty \int_0^\infty \lambda^{(\kappa-1)(MR+NR)} \cdot (A_{1\tau} \cdot B_{1\tau})^{\kappa-1} \cdot e^{-\lambda(A_{2\tau} + B_{2\tau})} d\lambda d\kappa} \quad \dots (7-18)$$

より求められるが、上式の分母の積分を直接求めることはできない。パラメータの推定においても式(7-13)のような漸化式が得られず、いきおい、数値積分となる。ここでは、数値積分による解析精度の低下を避け、ある降雨量領域においてはガンマ分布が指数分布で近似できることに注目し、事後分布の算定を試みた。その展開は第6節の適用時に実資料の分布形とともに詳述しよう。

## 第4節 入力予測システム

### (1) 流量予測

入力としての流量は、DPによるダム操作の最適化を行う上で、次の2項目を満足する必要がある。すなわち、(i)洪水終了時からのハイドログラフを対象にし、ピーク時ではない流量でい減部の予測である。しかも、出水後の数少ない情報量で作動可能なシステムである。(ii)設定された制御期間でのハイドログラフを用いるため、量とその形状パターンでの精度が要求される。

上記の点を考慮し、ここでは長期間流出モデルの一つである自然てい減曲線を用い、それを基礎にした次のような予測モデルを提案する。いま、時刻  $t$  と  $t + \tau$  での流量には自然てい減曲線より

$$Q(t + \tau) = Q(t) \cdot e^{-\alpha\tau} \quad \dots (7-19)$$

の関係がある<sup>8)</sup>。ただし、 $\alpha$  はてい減係数である。式(7-19)の両辺を対数変換すると

$$\alpha \cdot \tau = \ln\{Q(t)\} - \ln\{Q(t + \tau)\} \quad \dots (7-20)$$

となる。ここで、時刻  $t$  での観測値として

$$y(\tau | t) = \ln\{Q(t - \tau)\} - \ln\{Q(t)\} \quad \dots (7-21)$$

を用い、パラメータ  $\alpha$  を状態量  $x_q(\tau | t)$  とおくと、状態間の遷移構造を表現する状態方程式として、

$$x_q(\tau|t) = \Phi_{q,t|t-\tau} x_q(\tau|t-\tau) + u_t^\tau \quad \dots (7-22)$$

状態量と観測値との関係を表現する観測方程式として

$$y_q(\tau|t) = \Psi_{q,t}^\tau x_q(\tau|t) + w_t^\tau \quad \dots (7-23)$$

である動的システムが得られる。ただし、 $\Phi_{q,t|t-\tau}$  は遅れ $\tau$ の回帰係数、 $\Psi_{q,t}^\tau$  は式(7-20)の $\tau$ に相当する係数、 $u_t^\tau$ 、 $w_t^\tau$  はそれぞれ状態誤差、観測誤差である。 $u_t^\tau$ 、 $w_t^\tau$  を正規・白色雑音とすれば、フィルタリング理論の適用により予測誤差を最小にするてい減係数が時々刻々推定でき、式(7-20)の逆変換で予測流量が得られる。フィルタリング理論の概略は(3)に譲るが、ハイドログラフの形状を求めるには、制御期間( $T_E$ )全体に対する $T_E$ 個のフィルターが必要となる。また状態量も $T_E$ 個推定される。ところが、式(7-23)で明らかのように、各時刻での真のてい減係数は一つとみなせるので、最も多くの観測から得られた遅れ1( $\tau=1$ )の値を真の推定量とすることが出来る。その結果、フィルターは1次遅れだけを用い、得られた推定状態量に対して、 $T_E$ 個の回帰係数 $\Phi_{q,t+\tau|t}$  ( $\tau=1, 2, \dots, T_E$ )を乗ずることによって、制御期間内の予測状態量、いいかえるとてい減係数と対応する時刻の流量が求められる。

## (2) 濁質予測

河川表流水における流量と濁質の関係は複雑であり、その的確な把握は難しい。しかし、一般にダムへの流入濁度 $CI(t)$ と流入流量 $I(t)$ との関係は次式で表現されることが多い。

$$CI(t) = a \{I(t)\}^b \quad \dots (7-24)$$

上式のパラメータ $a$ 、 $b$ は同一流域であっても出水ごとに多少変化するが、低水時には比較的安定した値をとっている<sup>9)</sup>。したがって、ある無降雨期間内の濁度が、その期間内に特有のパラメータ値をもつとすると、濁質予測は次のようになる。

まず、式(7-24)を対数変換すると

$$\begin{aligned} \ln \{CI(t)\} &= \ln a + b \ln \{I(t)\} \\ &= [1 \quad \ln \{I(t)\}] \cdot \begin{bmatrix} \ln a \\ b \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \dots (7-25)$$

となる。ここで、 $y_c(t) = \ln \{CI(t)\}$  を観測値、観測行列を $\bar{\Psi}_{c,t} = [1 \quad \ln \{I(t)\}]$  とおくと、 $x_c = [\ln a \quad b]'$  を状態量とする動的システムが得られる。具体的には、時刻 $t$ でのパラメータを $a(t)$ 、 $b(t)$  で表わせば、

状態方程式は

$$\begin{bmatrix} \ln \{a(t)\} \\ b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ln \{a(t-1)\} \\ b(t-1) \end{bmatrix} + \bar{u}_t \quad \dots (7-26)$$

観測方程式は

$$y_c(t) = [1 \quad \ln \{I(t)\}] \cdot \begin{bmatrix} \ln \{a(t)\} \\ b(t) \end{bmatrix} + \bar{w}_t \quad \dots (7-27)$$



となる。 $\bar{u}_t$ ,  $\bar{w}_t$  はそれぞれ状態誤差行列, 観測誤差であり, 正規・白色分布に従うと仮定すれば, やはり, フィルタリング理論を用いて状態量が推定される。もし, 大出水が発生すれば, 利水操作から治水操作へ切り替わると同時に, 濁質特性も変化し, 次の利水時の初期状態量は出水前の値をそのまま使うことができない。だが, フィルタリングによって, 急速に真値に近づくこと, 濁質生成過程の本質は出水によってもあまり変化しないであろうことを考慮して, 出水前の状態量よりも, 過去の資料における出水直後の状態量の平均値を常に初期値として用いればよいであろう。こうして得られたパラメータに対して, (1)での予測流量系列を与えると, 制御期間内の濁質入力系列が予測される。流量と濁質の予測過程は回帰係数行列を通じて直列に結合しており, その計算手順は図7-2のようになる。ただし, 図中の添字は次のフィルターの定式化に準じて付してある。

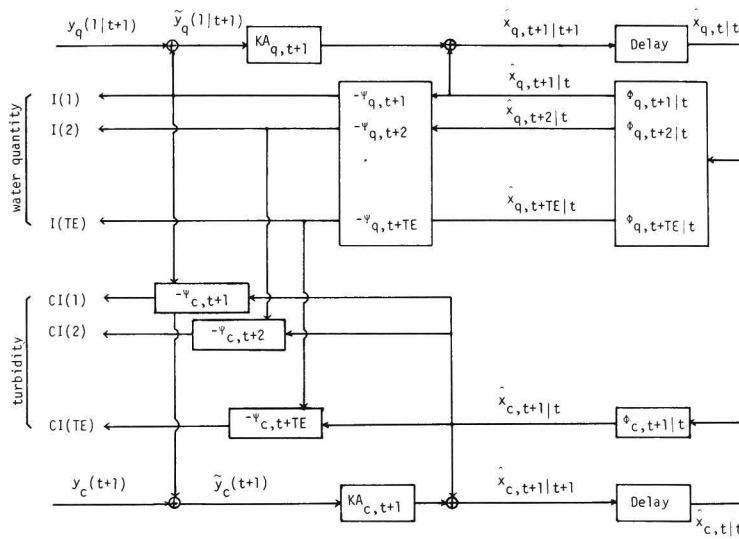


図7-2 流入流量および流入濁度の予測手順。

### (3) カルマン・フィルターの概説

(1), (2)で各システムの状態, 観測方程式を定義したが, 状態量, 観測値推定の有力な手法にカルマン・フィルター (Kalman Filter) があり, 以下でその概略を述べよう。<sup>10)</sup>

上記システムは, いずれも離散線形システムであるから, 時刻  $t$  での状態量を  $x_t$ , 観測値を  $y_t$  とする次のシステムを考える。

$$\text{状態方程式: } x_t = \Phi_{t|t-1} x_{t-1} + u_t \quad \dots (7-28)$$

$$\text{観測方程式: } y_t = \Psi_t x_t + w_t \quad \dots (7-29)$$

ここで,

$$E\{u_t\} = 0, \quad E\{u_t w_\tau\} = U_t \delta_{t\tau}, \quad U_t > 0 \quad \Bigg\}$$

$$\left. \begin{aligned} E\{w_t\} &= 0, \quad E\{w_t w_t'\} = W_t \delta_{t\tau}, \quad W_t > 0 \\ E\{u_t w_t\} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (7-30)$$

とし、 $\delta_{t\tau}$  はクロネッカーのデルタである。 $x_t$  の推定値  $\hat{x}_{t|t}$  は観測系列 ( $y_1, y_2, \dots, y_{t-1}$ ) が得られると、誤差  $\tilde{x}_t = x_t - \hat{x}_{t|t}$  の二乗損失関数を最小化することによって次式で与えられる。

$$\hat{x}_{t|t} = \hat{x}_{t|t-1} + K A_t \cdot [y_t - \Psi_t' \hat{x}_{t|t-1}] \quad \dots\dots (7-31)$$

$$\hat{x}_{t|t-1} = \Phi_{t|t-1} \hat{x}_{t-1|t-1} \quad \dots\dots (7-32)$$

$$K A_t = P A_{t|t-1} \Psi_t' [\Psi_t' P A_{t|t-1} \Psi_t' + U_t]^{-1} \quad \dots\dots (7-33)$$

$$P A_{t|t-1} = \Phi_{t|t-1} P A_{t-1|t-1} \Phi_{t|t-1}' + W_t \quad \dots\dots (7-34)$$

$$P A_{t|t} = [I - K A_t \Psi_t'] P A_{t|t-1} [I - K A_t \Psi_t']' + K A_t U_t K A_t' \quad \dots\dots (7-35)$$

ここに、 $\hat{x}_{t|t-1}$  は時刻  $t-1$  における時刻  $t$  での推定状態量、 $K A_t$  は時刻  $t$  でのカルマン・ゲイン (Gain)、 $P A_{t|t}$  は時刻  $t$  での状態量の分散、 $P A_{t|t-1}$  は時刻  $t-1$  からみた時刻  $t$  での推定分散量である。上記5式を用いると、観測情報に即応した状態の同定ならびに推定が可能になり、オンラインでのダム操作にとって非常に有利である。

## 第5節 放流量決定システム

各時刻の放流量は、制御期間内の入力というに及ばず、経年的な水供給バランスを保ちながら決定されなければならない。とくに、設定された制御期間 (平均的無降雨期間:  $T_E$ ) 内で放流量の最適化を行う場合、制御時点における計算上の最終貯水量  $S(T_E)$  のとり方が重要な要素となる。逆に言えば、放流量が決まれば、予測流量での貯水量系列が算定され、計算上の最終貯水量 (以後、仮想最終貯水量と呼ぶ) が導かれることになる。したがって、本操作過程では、まず、簡略化された入力より長期的観点に立つ仮想最終貯水量の決定を行い、ついで、当該無降雨期間 (現利水期間) 内において、より正確な予測とそれを入力とした最適放流量を求め、次時刻の放流量とする。

### (1) 仮想最終貯水量の決定

降雨によって、常に利水容量が満杯になることが確実であれば、その制御期間内で貯水量を全て使用しても構わない。ところが現実には、1回の降雨で貯水池が満杯になる保証はなく、現制御期間の仮想最終貯水量を0とするのは、水需給構造からみるとかえって危険である。いいかえると、将来の水補給レベルに対して、全ての利水時において制御目的が同等に達成できるようにしなければならない。もちろん、濁質に関しても軽減が要求されるが、濁度は流量の関数として表わされるので、最終貯水量は水量面だけで決定し、濁質は放流操作を通して制御することにする。

いま、ある制御時刻での仮想最終貯水量  $S(T_E)$  が予測入力系列と、ある放流量系列より算定される場合、 $S(T_E)$  は以後の降雨による貯水池回復量や無降雨期間の関数でもあるから、以後の無降雨期間を  $t_i$  ( $i = 1, 2, \dots, \infty$ ) 回復量を  $RS_i$  ( $i = 1, 2, \dots, \infty$ ) で表わすと、 $S(T_E | t_1, t_2, \dots, t_\infty, RS_1, RS_2,$

...,  $RS_\infty$ ) と書くことができる。したがって、無降雨期間と降雨による回復量が互いに独立で、それぞれ  $f_T(t)$ ,  $f_G(RS)$  の確率密度関数をもつとすると  $S(T_E | \cdot)$  の期待値は次のようになる。

$$E\{S(T_E | \cdot)\} = \int_{t_1=1}^{\infty} \int_{t_2=1}^{\infty} \cdots \int_{t_\infty=1}^{\infty} \int_{RS_1=0}^{\infty} \int_{RS_2=0}^{\infty} \cdots \int_{RS_\infty=0}^{\infty} S(T_E) \cdot f_T(t_1) \cdot f_T(t_2) \cdot \cdots \cdot f_T(t_\infty) \cdot f_G(RS_1) \cdot f_G(RS_2) \cdot \cdots \cdot f_G(RS_\infty) dt_1 dt_2 \cdots dt_\infty dRS_1 dRS_2 \cdots dRS_\infty \quad \cdots (7-36)$$

ここで、上式の積分において回復量の確率密度関数や積分回数を定めねばならず、以下の仮定を導入する。  
すなわち、

- (i) 積分区間は1年とし、翌年の同時刻に現在の貯水量が維持できるようにする。その時刻で無降雨が終了しない場合でも、安全側にとって無降雨終了時の貯水量を用いる。
- (ii) 積分変数を減らすため、現在の無降雨期間以外は平均値で与えられる降雨、無降雨の繰り返しとする。
- (iii) 貯水量の回復には主として非線形流出成分が寄与するが、線形成分に関しても流量が多い部分はダムに貯留されうるか、あるいは下流水需要地点での補給水になると考える。したがって、この場合、基準値を超える降雨量の平均値に基準値を加えたものから、初期損失を差し引き、その残りからさらに線形流出成分の半分を差し引いたものが貯水池に貯留されることにする。その具体的な分離法は第6節の適用で述べる。
- (iv) 梅雨や台風期の夏季と雨量の少ない冬季とでは、水文特性や水需要もおのずと異なっている。ここでは、5月から10月までを雨季、11月から翌年の4月までを乾季とする利水システムをとり、別々のダム操作を行う。
- (v) 現制御期間内の流量は自然てい減曲線より与えられ、時刻  $t_0$  の流量が  $I_0$  であれば、

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\alpha_0 t} \quad \cdots (7-37)$$

で与えられる。ただし、 $\alpha_0$  は時刻  $t_0$  で推定されたてい減係数である。

以上の条件に対して、残流域流量を考えない制御系 A-1 型においては、もし時刻  $t_1$  までの放流量(評価地点流量)が完全に  $\bar{Q}_0$  に平滑化され、 $t_1$  での貯水量を  $S_1$  とすると

$$S_0 + \int_1^{t_1} I_0 \cdot e^{-\alpha_0 t} dt = S_1 + \bar{Q}_0 \cdot t \quad \cdots (7-38)$$

が成立する。以後、平均的な降雨、無降雨がくり返し発生するので、雨季と乾季の放流量、および、需要量、平均無降雨期間、平均無降雨回数をそれぞれ  $\bar{Q}_W$ ,  $\bar{Q}_D$ ,  $\bar{Q}_{WD}$ ,  $\bar{Q}_{DD}$ ,  $NC_W$ ,  $NC_D$ ,  $ET_W$ ,  $ET_D$  とすれば

$$NC_W \cdot \bar{Q}_W \cdot ET_W + NC_D \cdot \bar{Q}_D \cdot ET_D = \int_1^{t_1} I_0 \cdot e^{-\alpha_0 t} dt - \bar{Q}_0 \cdot t_1 + NC_D \cdot RS_D + NC_W \cdot RS_W \quad \cdots (7-39)$$

となる。雨季と乾季に制御目的を同程度達成することは

$$\frac{\bar{Q}_W}{\bar{Q}_{WD}} = \frac{\bar{Q}_D}{\bar{Q}_{DD}} \quad \cdots (7-40)$$

で表わせるから、現時刻が乾季なら放流量 $\bar{O}_0$ は

$$\bar{O}_0 = \left\{ \frac{I_0}{\alpha_0} (e^{-\alpha_0} - e^{-\alpha_0 t_1}) + NC_D \cdot RS_D + NC_W \cdot RS_W \right\} /$$

$$\left( NC_W \cdot \frac{\bar{Q}_{WD}}{\bar{Q}_{DD}} \cdot ET_W + NC_D \cdot ET_D + t_1 \right) \quad \dots\dots (7-41)$$

となる。雨季の場合も同じ式になり添字を変えればよい。結局、現無降雨期間内 ( $t \leq t_1$ ) での仮想最終貯水量は、 $t_1$  の関数として、式 (7-38), (7-41) より

$$S(T_E | \cdot) = S_0 + \frac{I_0}{\alpha_0} (e^{-\alpha_0} - e^{-\alpha_0 T_E}) - \frac{T_E}{(NC_W \cdot \bar{Q}_{WD} \cdot ET_W / \bar{Q}_{DD} + NC_D \cdot ET_D + t_1)} \times$$

$$\left\{ \frac{I_0}{\alpha_0} (e^{-\alpha_0} - e^{-\alpha_0 t_1}) + NC_D \cdot RS_D + NC_W \cdot RS_W \right\} \quad \dots\dots (7-42)$$

で与えられる。ただし、計算上の制御期間内には降雨の発生を考えないので  $t_1 \geq t_0 + T_E$  である。

一方、晴から雨への遷移確率を  $P_{RC}$  で示せば、時刻  $t_1$  まで無降雨が続き、時刻  $t_1 + 1$  に降雨の発生する確率密度関数  $f_{RC}(t_1)$  は式 (7-2) を用いて

$$f_{RC}(t_1) = \beta e^{-\beta t_1} \cdot P_{RC} \quad \dots\dots (7-43)$$

となる。ある無降雨期間  $t_1$  に対して式 (7-42) より唯一の最終貯水量が定まるので、上式を制御期間より長い現無降雨期間に対応する貯水量の確率密度関数にするために、 $\int_{T_E}^{\infty} f_{RC}(t_1) dt_1 = 1$  なる操作を行えば、仮想最終貯水量の確率密度関数  $f_{STE}(t_1)$  は

$$f_{STE}(t_1) = \beta e^{-\beta(t_1 - T_E)} \quad \dots\dots (7-44)$$

となる。したがって、現時刻が乾季である場合の仮想最終貯水量の期待値は  $t_0 = 0$  とおくと、式 (7-42), (7-44) より

$$E\{S(T_E)\} = \int_{T_E}^{\infty} \beta \cdot e^{-\beta(t_1 - T_E)} \cdot \left\{ S_0 + \frac{I_0}{\alpha_0} (e^{-\alpha_0} - e^{-\alpha_0 T_E}) - \bar{O}_0 \cdot T_E \right\} dt_1$$

$$= \left\{ S_0 + \frac{I_0}{\alpha_0} (e^{-\alpha_0} - e^{-\alpha_0 T_E}) \right\} \cdot (1 - e^{-\beta T_E}) - (NC_D \cdot RS_D$$

$$+ NC_W \cdot RS_W + \frac{I_0}{\alpha_0} e^{-\alpha_0}) \cdot \beta e^{(\gamma + T_E)\beta} \cdot T_E \cdot \int_{\beta(T_E + \gamma)}^{\infty} \frac{e^{-\tau}}{\tau} d\tau$$

$$+ \frac{T_E \cdot I_0 \cdot \beta e^{-(\beta + \alpha_0)}}{\alpha_0} \cdot \int_{(\beta + \alpha_0)(T_E + \gamma)}^{\infty} \frac{e^{-\tau}}{\tau} dt \quad \dots\dots (7-45)$$

となる。

ここで、 $\gamma = NC_D \cdot ET_D + \frac{\bar{Q}_{WD}}{\bar{Q}_{DD}} \cdot NC_W \cdot ET_W$  であり、無降雨期間が1年以上にわたれば、 $NC_D = NC_W = 0$  とすればよい。式 (7-45) には指数積分が含まれているが、京都大学大型計算機には組み込み関数と

して用意されており、式(7-45)をそのままの形で解くことができる。こうして制御終了時の必要貯水量が与えられると、現貯水量からのより精度の高い最適政策が明らかになる。

以上はダム直下の評価地点を対象に仮想最終貯水量を求めたが、支川流入がある多ダム・多評価地点系の場合でも、てい減曲線の重ね合わせを行うことによって、同様の式を用いることができる。

## (2) 最適放流量の決定

(1)では流入量を簡略化し、経年的な水収支を重視した仮想最終貯水量を求めた。現実の無降雨期間は流量予測で述べたように小規模降雨による流況変動を含んでおり、再度、真の放流量の決定が必要となる。治水時にはハイドログラフのピーク数が少ないことにより図式的放流方式を提案したが、利水時には、数個のピークが存在すること、および多目的操作をはからなければならないことのために適用困難である。ゆえに、各制御時刻において制御目的を満たす放流を行うため、第5章で定義したDPを用いざるをえない。具体的には期間 $T_E$ に対する制御最終貯水量は(1)で求めた仮想最終貯水量が相当するとともに式(5-8)、(5-9)の漸化式を用いることになるので定式化そのものは省略する。なお、計算には各時刻の予測入力が必要で自然てい減曲線に基づいてなされており、あまり大きな変動を生じず、この場合には、Corridorの幅を極端に小さくしたDDDPを使っても、わずかの反復回数で最適化が可能であろう。

以上、本節では各制御時刻における放流量の決定方法を述べたが、時間的にいえば、(1)では長期間の水収支を背景にした、仮想の無降雨終了時点の貯水量の決定を行い、(2)では比較的短い制御期間に対して、予想精度を考慮しつつ、次時刻の放流量の決定を行っている。これらのサブシステムは図7-3に示すように、毎制御時刻の新たな観測情報やてい減係数の推定値が得られるごとにくり返し算定されることになる。

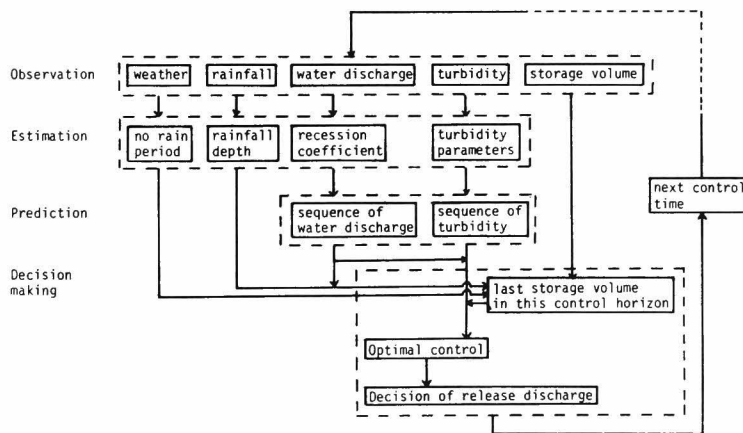


図7-3 各サブシステムの相関。

## 第6節 適用と考察

利水時における実時間操作の適用例としては、濁質制御も含んでいることから、第5章第6節で用いた早明浦ダムをとりあげよう。貯水池内の濁質解析に1次元あるいは2次元モデルを用いて20日以上にわ

たるダム操作をシミュレートするには膨大な計算時間が必要となる。ここでは、制御の一般的効果を把握するのを目的として、完全混合モデルによる濁質評価を行うことにする。

適用にあたって、同流域の水文特性を考察しよう。まず、降雨の初期損失成分であるが、時間単位の降雨—流出資料が得られなかったので、各降雨から一様に除去する初期損失と、高棹らの一様分離<sup>11)</sup>に基づく線形成分の上限值および表面流出の発生流量値を多数個任意に与え、各成分値の組み合わせに対して、昭和49～50年の2年間の資料をもとに分布型長期流出モデル<sup>12)</sup>によるパラメータの同定を行った。その結果、ダムサイトの流量観測地点において、観測流量との誤差の二乗平均の最小化という意味で、初期損失が $15\text{ mm/day}$ 、線形成分の上限值が $50\text{ mm/day}$ （流量値に換算すると約 $200\text{ m}^3/\text{sec}$ ）となった。これは、やはり未開発な自然流域である由良川上流部での線形成分が $45\sim 50\text{ mm/day}$ となっていることを考えると、本水文諸量はほぼ妥当であるといえる。適用にあたっては、期待降雨量から初期損失 $15\text{ mm/day}$ を一様に除いたものを有効降雨量として貯水池回復量の算定に用いている。

#### (1) 気象観測・処理システム

降雨資料としては、同ダム流域における長沢、大北、本山地点の昭和40年から50年までの11年間の日降雨資料を用い、ティーセン法で流域平均降雨量とした（図7-4参照）。降雨事象の独立性は、池淵が京都地方気象台の日降雨量系列で確認しており<sup>13)</sup>、また、その他の地点においてもほぼ認められるようなので、対象流域についても成立するものとして確率分布の誘導にあたった。さらに、総降雨量が $100\text{ mm}$ を超えたとき、山地崩壊ともなう土石流被害の発生が多数発表されているので<sup>14)</sup>、総降雨量 $100\text{ mm}$ （平均降雨日数を2日として、日降雨量 $50\text{ mm}$ ）を基準降雨とみなす。しかし、乾季では日降雨量が $50\text{ mm}$ を超えることはほとんどないので、 $25\text{ mm/day}$ を出水の目安として治水への切りかえを行った。

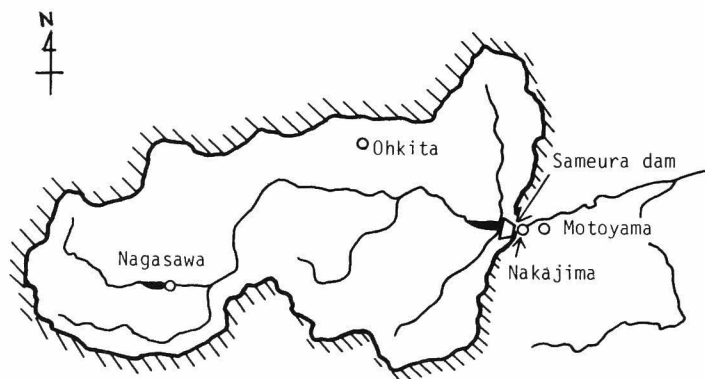


図7-4 早明浦ダムの流域図。

表7-1は昭和50年までを事前情報とし、昭和51年の降雨観測による無降雨日数のパラメータ $\beta$ の推定値を示したものである。事前分布の資料数（雨季では88個、乾季では134個）に比べて尤度の観測数が少なく、大きな変化はみられない。制御期間を雨季は20日、乾季は22日としてダム操作を行ってもさしつかえないであろう。

一方、1降雨あたりの降雨量は、前節で述べたように式（7-18）をそのまま積分することができない。

表 7-1 制御期間の推定値。

Rainfall number	Wet season			Dry season		
	Number of dry days	$\hat{\beta}$	Control periods	Number of dry days	$\hat{\beta}$	Control periods
Prior		0.0460	21.7		0.0505	19.8
1	37	0.0451	22.2	3	0.0509	19.7
2	3	0.0456	21.9	3	0.0513	19.5
3	45	0.0450	22.2	5	0.0517	19.3
4	25	0.0449	22.3	25	0.0516	19.4
5	10	0.0452	22.1	2	0.0520	19.2
6	21	0.0452	22.1	14	0.0521	19.2
7				9	0.0524	19.1
8				4	0.0528	18.9
9				1	0.0533	18.8
10				2	0.0537	18.6
11				3	0.0541	18.5

そこで、図 7-5 のように降雨量の確率密度関数が指数分布で近似できることを利用すると、事後分布は無降雨期間の場合と同様に表現できる。すなわち、指数分布のパラメータ  $\zeta$  は、式 (7-13) に対応して

$$\hat{\zeta}_{NR} = \frac{\hat{\zeta}_{NR-1} \cdot (NR + MR + 1)}{\hat{\zeta}_{NR-1} \cdot \tau_{NR} + (NR + MR)} \quad \dots\dots (7-46)$$

となる。ここに、降雨量の期待値は  $\hat{\zeta}_{NR}^{-1}$  である。

表 7-2 は昭和 51 年の観測系列に適用した結果である。雨季では総降雨量が約 1700 mm という大降雨があり、それ以後の期待降雨はやや高くなっている。この原因としては、前述の降雨が蓄積された資料に含まれない異常値であり、確率密度関数全体に強い影響をおよぼしたのであろう。

表 7-2 指数分布による降雨量の期待値。

Rainfall number	Wet season			Dry season		
	Rainfall depth mm	$r'$	Recovery rainfall depth mm	Rainfall depth mm	$r'$	Recovery rainfall depth mm
Prior		0.01139	187.87 mm		0.05160	44.38 mm
1	109.4	0.01165	185.86	51.1	0.05207	44.20
2	151.4	0.01173	184.98	33.9	0.05264	44.00
3	234.9	0.01173	185.24	47.8	0.05307	43.84
4	1497.1	0.01024	197.63	146.9	0.05147	44.43
5	59.3	0.01035	196.60	40.7	0.04999	45.00
6	81.2	0.01044	195.82	43.9	0.05004	44.28
7				175.4	0.04789	45.88
8				48.0	0.04834	45.60
9				51.2	0.04870	45.53
10				47.8	0.04915	45.34
11				26.7	0.04963	45.15

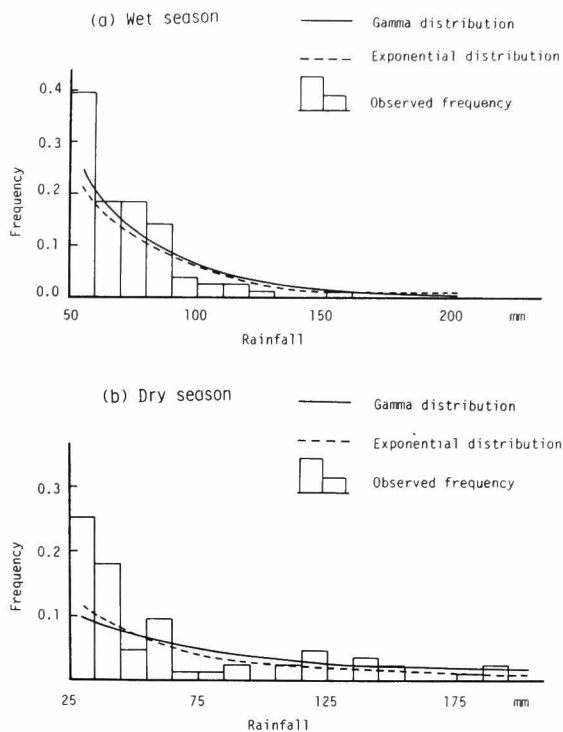


図 7-5 総降雨量の頻度分布。

## (2) 入力予測システム

入力予測の適用例として、昭和 51 年の 6 月 12 日から、7 月 18 日までの 37 日間を対象とした。まず、

流量予測であるが、観測値をそのまま適用すると、基準降雨以下での出水であっても減係数が負となる場合があり、予測流量系列が発散する。本研究では、利水時に流量が増加するのは小出水の発生当日だけで、高々1日と考えられ、以後は減状態にもどるとして増加時にはフィルタリングは行わず、以前の推定値、すなわち、減係数 $\alpha_{t-1}$ をそのまま状態量に用いた。また本モデルは線形流出成分を対象にしているため、利水期間内に何らかの理由で生じた200  $m^3/sec$  以上の非線形成分は観測値から除外した。観測方程式の回帰係数などの初期条件は、統計資料より、表7-3となった。

表7-3 入力予測における諸係数。

Regression coefficient (quantity, $\phi_{q,t+\tau t}$ )	$\tau=1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	0.875	0.750	0.750	0.750	0.625	0.625	0.625	0.625	0.500	0.500	0.500
	$\tau=12$	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
	0.500	0.500	0.500	0.375	0.375	0.375	0.375	0.375	0.375	0.375	0.375
Regression coefficient (turbidity, $\phi_{c,t+1 t}$ )	I (2x2)			Initial covariance (turbidity)			PA(1,1) PA(1,2) PA(2,1) PA(2,2)		0.00378 -0.00126 -0.00126 0.00052		
Initial covariance (quantity)	0.777										
Initial state value (quantity)	0.388			Initial state value (turbidity)			ln a b		0.54 0.44		

さて、回帰係数が真値からはずれている場合、常に一定値として予測を行うと、かえって誤差が増大することが考えられる。そこで、Sastry らによる推定法を用いて回帰係数の修正と状態量の推定を行った。<sup>15)</sup> すなわち、時刻 $t$ の回帰係数 $\Phi_t$ が真値 $\bar{\Phi}_t$ と誤差 $\tilde{\Phi}_t$ より成るとすると状態の推定誤差に関する分散を最小にするためには、 $\tilde{\Phi}_t$ は

$$\tilde{\Phi}_t = -\bar{\Phi}_t P A_t^c P A_{t|t}^{-1} + H A_t P A_t^{xy'} P A_{t|t}^{-1} \quad (7-47)$$

でなければならない。ここに各変数は式(7-31)～式(7-35)の記号を用いて、

$$P A_t^c = E \{ \hat{x}_t \hat{x}_{t|t}' \} \quad \dots\dots (7-48)$$

$$P A_t^{xy} = E \{ \hat{x}_{t-1|t-1} \tilde{y}_t' \} \quad \dots\dots (7-49)$$

$$H A_t = P A_t \Psi_t W_t^{-1} \quad \dots\dots (7-50)$$

$$\tilde{y}_t = y_t - \Psi_t \hat{x}_{t|t-1} \quad \dots\dots (7-51)$$

より求められる。したがって、時刻 $t+1$ での回帰係数を

$$\bar{\Phi}_{t+1} = \bar{\Phi}_t + \tilde{\Phi}_t \quad \dots\dots (7-52)$$

として、予測過程が続行されるわけである(以後、本手法をAdaptive Kalman Filterと呼ぶ)。図7-6は制御時刻が $t=2$ (6月14日) 14(6月28日)、23(7月7日)での予測流量系列である。細かい点線はもとのKalman Filterによる状態推定、ここでは減係数であるが、時々刻々推定された減係数を式(7-20)に代入しその逆変換から得られた予測流量系列であり、長い点線はAdaptive Kalman Filterによる状態推定結果を同様に式(7-20)に代入して得られた予測流量系列である。確



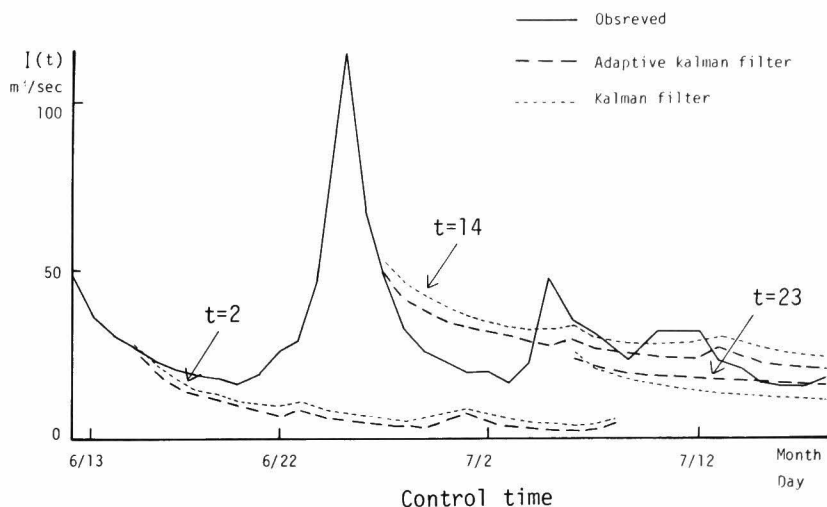


図 7-6 流入流量の予測状況。

かに、流量増加の割合が大きくなるとその再現性は低下するが、てい減時の流量はかなり再現されている。てい減係数の推定値は図 7-7 のように両手法であまり相違がないのに反し、てい減係数の回帰係数  $\phi_{q,t|t-1}$  は大きく変化している (図 7-8)。これは回帰係数は真値に近づいたが、雑音項が大きいため次時刻の推定値があまり変化しなかったのであろう。けれども、推定による状態の誤差は図 7-9 に示すようにかなり改善され、流量の予測や後述する最終貯水量への影響を考えると、本 Adaptive Kalman Filter を導入した意義が理解できよう。

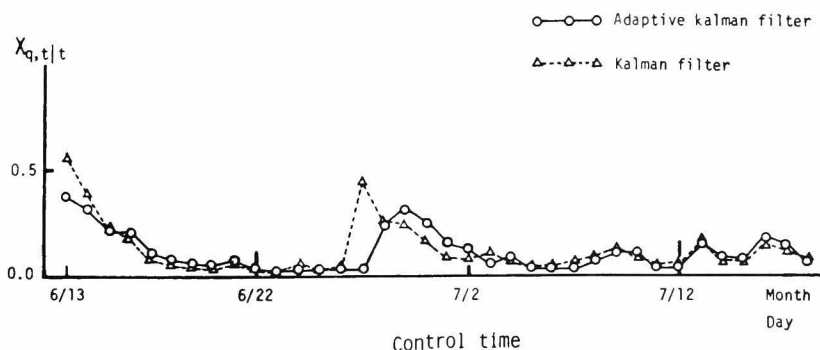


図 7-7 流量予測における推定状態量系列。

つづいて、濁質予測の結果およびその考察を行う。濁度は推定流量をもとに予測しており、2重のフィルターを経ている。ゆえに、回帰係数に誤差が含まれていることになり、状態の推定には前述の Adaptive 手法をとらず、もとの Kalman Filter に従って計算する。図 7-10、7-11 は第 4 節で述べた式 (7-26)、(7-27) による濁度の状態推定値と状態誤差の共分散を表わしたものである。分散はかなり安定しているが、パラメータ値には変動がみられる。これは、小出水による乱れを表わし、流量のてい減が進むと安定した値  $a \doteq 2.5$ 、 $b \doteq 0.3$  に落ちついている。以上のように、本予測法は、小出水による入力波

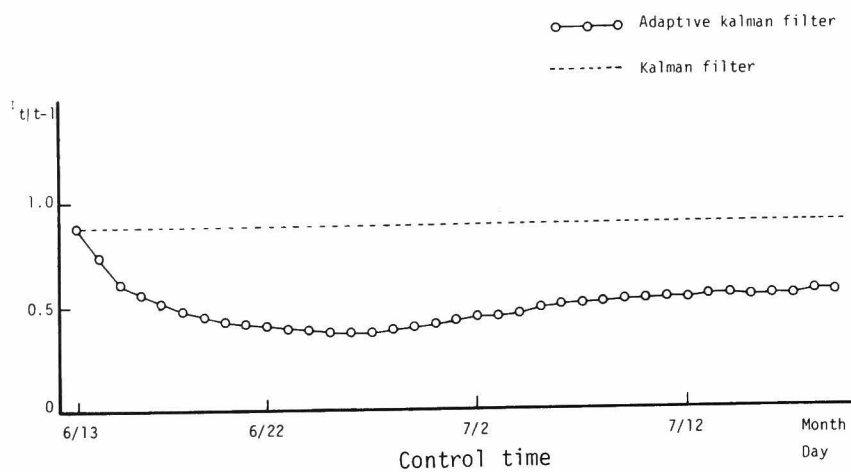


図 7-8 回帰係数の推定値系列。

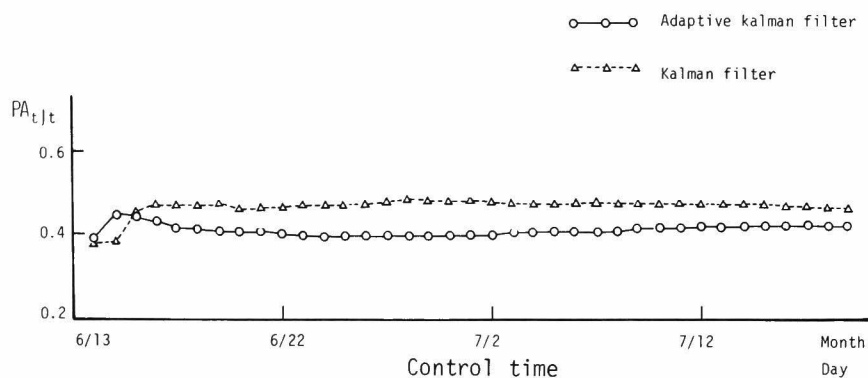


図 7-9 流量予測における誤差の共分散系列。

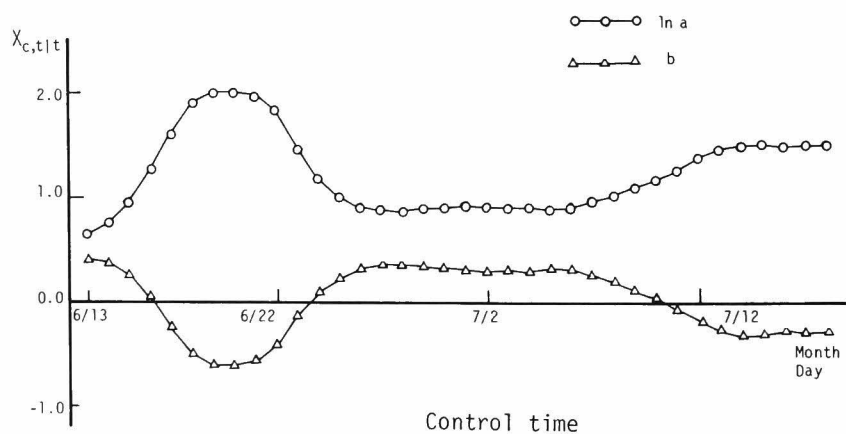


図 7-10 濁度予測における推定状態量系列。

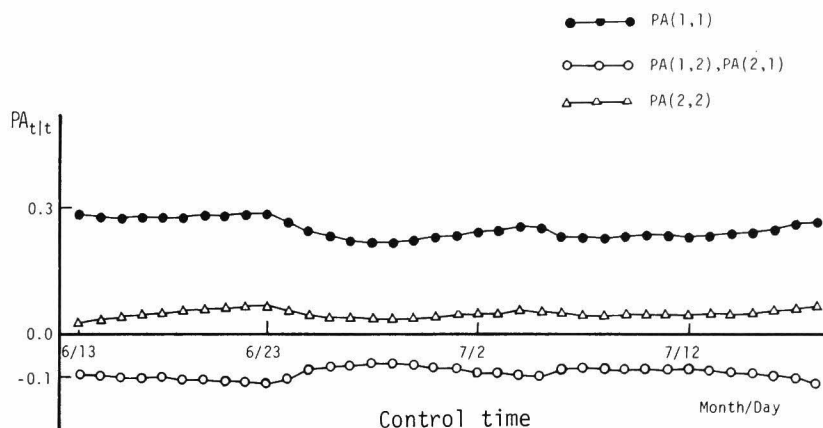


図 7-11 濁度予測における誤差の共分散行列。

形の変化には十分対応できないものの、長期間傾向は把握でき、余剰流量は貯水量の回復に寄与するとみなすと、放流量決定の情報源としては高い価値があろう。

### (3) 放流量決定システム

貯水池の水位回復量  $RS$  は制御システムのモデル化の仮定(iii)より

$$RS = \theta_r \cdot r_a \cdot A_r \quad (RS \leq V : V \text{ は貯水池容量}) \quad \dots\dots (7-53)$$

で表わされる。ここに、 $r_a$  は基準値を超える期待降雨量から、初期損失および線形成分の半分を除いた貯水量回復への寄与分、 $A_r$  はダム上流部の流域面積、 $\theta_r$  は流出成分のうち、貯水池で貯留される割合を示す係数である。 $\theta_r$  は治水時のダム操作によって 0～1 の値をとるが、ここでは回復量が貯水容量を上回らない間は、全ての流入量を貯留して  $\theta_r = 1$  とおく。

図 7-12 は得られた貯水池回復量、流量てい減係数をもとに、各制御時刻（日単位）での DP 計算時の仮想最終貯水量系列である。流量および濁度の許容値は第 5 章の適用時に設定した値を用いている。式（7-45）より、仮想最終貯水量系列は、てい減係数と制御開始時刻の貯水量によって求まるので、2 種類の推定方法でそれぞれ異なった系列となっている。てい減係数および観測流量が小さい 10 日目（6/23～25）ごろは将来の流入量も少ないと判断され、仮想最終貯水量を多くとるように指示されている。反対に、てい減係数が増加している 6 月 25 日ごろでは流入量が多いとみなされ、仮想最終貯水量も減少している。その後、2 つの推定方法で系列が異っているのは、各時刻の現貯水量が異っていること、および、てい減係数のわずかの相違が、式（7-45）を通じて仮想最終貯水量には大きな影響を及ぼすことを示しており、流量推定精度の向上の効果が表われている。

最後に、図 7-13、7-14 は制御後の評価地点流量ならびに濁度系列、貯水量系列を示したものである。図より明らかなように、入力推定に誤差が含まれているにもかかわらず小出水に対して平滑化が進んでいるのは、仮想最終貯水量やダム操作がフィルターの役目を果たすことに加えて、1 日ごとの放流量の再決定により良好な結果をもたらしたのであろう。また、他の利水時においても仮想最終貯水量により同

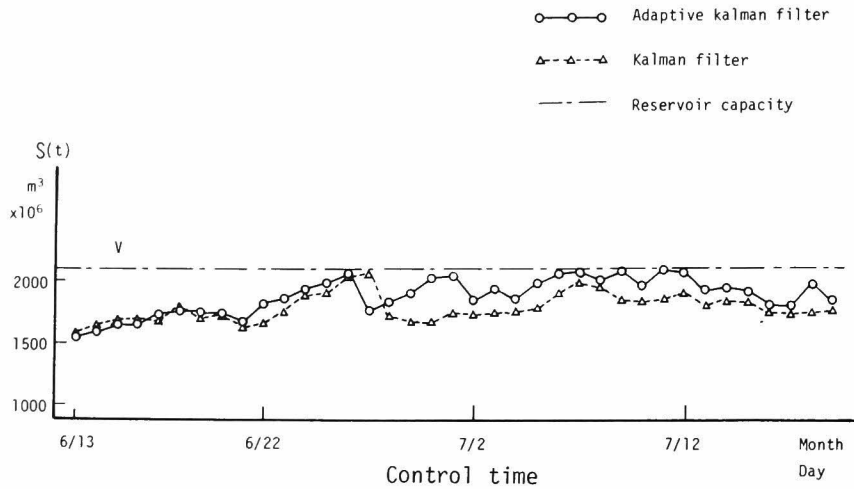


図 7-12 仮想最終貯水量系列。

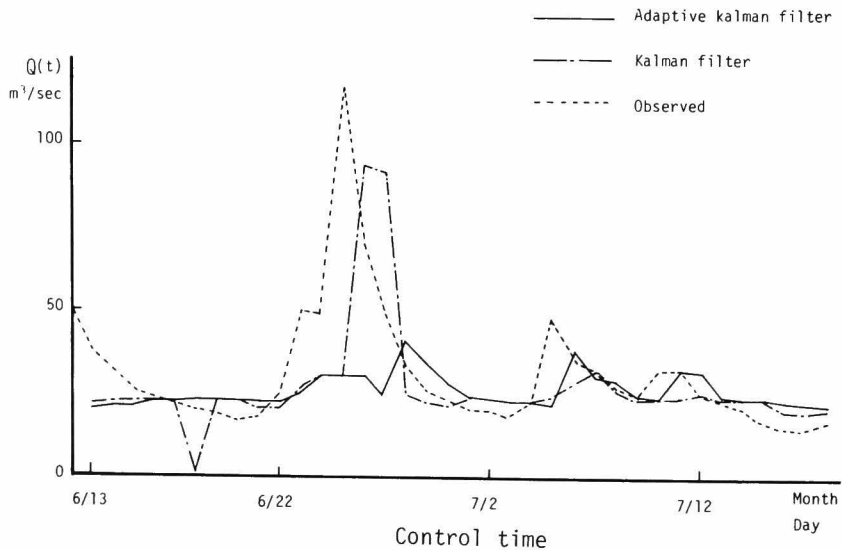


図 7-13 制御後の評価地点流量系列。

程度の制御効果を保証されている。

一方、濁度があまり減少せずに一定値を保っているのは、早明浦のような成層型貯水池に対して粗い濁質解析モデルを用いたのが原因であろう。計算の便宜上完全混合モデルとしたが、得られた放流量系列において、放流量を固定し取水口位置の条件を組み入れた最適操作（第 5 章第 4 節(2)）を行えば、濁質の一層の減少と評価精度の向上が可能であろう。

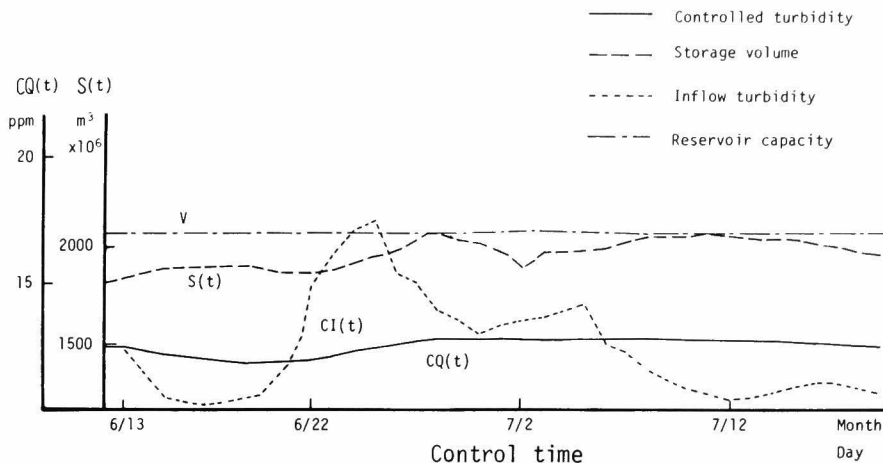


図 7-14 制御後の貯水量系列および濁度系列。

## 第7節 結 語

本章では、利水時を対象に、評価地点流量の平滑化と濁質の軽減を目的としたダム貯水池の実時間操作方式を提案した。また、実流域での適用を通じて、計算手法の改善と精度の向上をはかった。ここで、得られた成果を要約すると以下のようになる。

- (i) 新たな観測資料を入手するごとに、ベイズの定理によるパラメータの修正を行って、適切な気象情報の推定を可能にした。
- (ii) 濁質の許容値は一定値としたが、時間に関する重みを導入して評価すれば、高濃度濁質水の短期放出をはかることができ、水利用に合致した制御結果が得られるだろう。
- (iii) ダム操作を雨季、乾季に区別してその水文特性を把握し、水需要、濁質流出に対応した対象規模降雨の設定と制御期間および水位回復量の算定を行った。
- (iv) ダム操作に必要なハイドログラフの量的・形状的な予測システムを提案するとともに、Adaptive Kalman Filter の適用によってパラメータの最適推定を行った。
- (v) 予測モデルと貯水池水位に関する回復の概念を結合させ、各制御時刻において、その時刻の気象状態と水供給バランスを考慮した計算の初期指標としての仮想最終貯水量のとり方を明らかにした。
- (vi) 被害発生とみられる  $J < 1$  なる予測評価が下されたときは、意識的に低流量あるいは高濁度期間を設けて貯水量の回復をはかることにより、許容可能な範囲内での被害を認めつつ全体としての被害を軽減できよう。

また計画面への応用としては

- (vii) 仮想ダムに対して実操作を考慮した制御効界を求めることができ、利水計画への有力な情報を提供しうることがあげられる。

なお、今後の課題としては以下のことが指摘できる。

- (viii) 降雨・濁質発生機構を含む長期間予測モデルの開発を行い、入力情報をより確実にする。
- (ix) 洪水予報にともなう、治水制御への切り換え時点および予備放流方式を明確にする。
- (x) 気象衛星を含む地球的規模の観測・情報交換システムの完備により、近い将来、大気の大循環の特性把握と長期気象予測がいま以上に可能となろう。そうした段階になれば、ここで展開した諸手法の単純化の程度はもう少し緩和され、流入量既知の操作（第2章～第5章）が計画のみならず管理問題にも有効になってこよう。

## 参考文献

- 1) 竹内邦良，吉川秀夫：渇水持続曲線法実用化のための検討と応用例，土木学会第23回水理講演会論文集，1979，pp. 257－262.
- 2) Lloyd, E.H. and Anis, A.A.: Stochastic Reservoir Theory: An Outline of the State of the Art as Understood by Applied Probabilists, IIAA Research Report, 1975.
- 3) Eagleson, P.S.: Climate, Soil and Vegetation 2. The Distribution of Annual Precipitation Derived From Observed Storm Sequences, Water Resources Research, Vol. 14, No. 5, 1978, pp. 713－721.
- 4) たとえば，塩見弘：信頼性工学入門，丸善，1972.
- 5) 前出3).
- 6) たとえば，藤本熙，松原望：決定の数理，数理科学シリーズ10，筑摩書房，1976，pp. 68－99.
- 7) Vicens, G.J., Rodriguez-Iturbe, I. and Schaake, Jr. J.C.: Bayesian Generation of Synthetic Streamflows, Water Resources Research, Vol. 11, No. 6, 1975, pp. 827－838.
- 8) 高棹琢馬，金丸昭治：水文学，朝倉土木工学講座，朝倉書房，1975，pp. 200－210.
- 9) 安芸周一，白砂孝夫：貯水池の流動形態のシミュレーション解析——その一発電専用貯水池の流動形態——，発電水力，No. 134，1975.
- 10) たとえば，有本卓：カルマン・フィルター，システムサイエンスシリーズ，産業図書，1977.
- 11) 高棹琢馬，池淵周一：分布型線形流出モデルによる長期流出予測，土木学会第20回水理講演会講演集，1971，pp. 9－14.
- 12) 高棹琢馬，池淵周一，他2名：分布型流出モデルの構成とその同定に関する一考察，土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集，1979，Ⅱ－27－1～2.
- 13) 池淵周一：河川流況の長期間予測に関する水文学的研究，京都大学博士論文，1971.
- 14) 小野寺透，小川哲夫，吉中竜之進，風間秀彦：豪雨によるがけ崩れの発生条件，第10回災害科学総合シンポジウム講演論文集，No. 111，1973，pp. 295－300.
- 15) Sastry, V.A. and Wood, P.K.: Adaptive Kalman Filter with Unknown Parameters，海外研究開発レポート，Data No. J-1073 (F).

## 第8章 治水・利水を包含した長期間操作

### 第1節 概 説

近年の人口増加や流域の乱開発と共に、上・工水量の不足、河川水量・水質の悪化が恒常的に発生し、水資源計画再検討の必要性が呼ばれている。地下ダムによる地下水貯留、あるいは海水の淡水化などいくつかの方法が研究されているが、(i)施設の建設ならびに管理費用、(ii)自然や人間社会へ及ぼす影響、すなわち環境評価、などの面で上記の方法はまだ実用化の域に達していない。現在のところ、水資源開発といえばダム貯水池による水補給が主要な手段であり、利水容量内の貯留水がその供給源となる<sup>1)</sup>。ところで、洪水時における治水容量は、単に下流防災地区の安全のために利用されるだけであって、貯水量を水資源として活用されているとはいえない。すなわち、目的に応じて貯水容量を画一的に区分することに起因する、ダム容量の非効率性と水資源の非活用性である。本章では、今後とも増大する水需要に対して、いま以上にダム貯水池を利用することを念頭に、治水、利水を連続的にとらえ、洪水時は水補給、低水時は水供給とする貯水容量を最大限に利用したダム操作ルールの確立をはかるものである。また、通年あるいは季節を操作対象にすることによって、破堤・氾濫・渇水の危険性を同時に評価し、治水、利水間でバランスのとれたダム建設、流域開発計画の立案をもくろんでいる。ただし、以下の理論展開では、入力を既知としているが、前章までの降雨シミュレーションさらに予測技術との結合によって、予備放流の基本方式が明らかになれば、実時間操作への応用も可能である。もちろん、制御対象は必然的に、(i)洪水防御、(ii)低水管理、(iii)水質向上の3目的をもつ多目的ダム操作となる。

### 第2節 制御目的の統合化

#### (1) 制御目的

ダム群最適操作の定式化においては、まず、対象とする制御目的の定式化を行わなければならない。治水・利水時の水量・水質制御の各目的は、既に第2章、5章において定義されているが、ここで改めて記述すると次式のようになる。

洪水防御：

$$K \equiv \max \left\{ \frac{Q_{mp}}{Q_{md}} \right\} (m = 1, 2, \dots, M) \rightarrow \min \quad \dots\dots (8-1)$$

かつ

$$K \leq 1$$

低水管理：

$$P \equiv \min \left\{ \frac{Q_{ml}}{Q_{md}} \right\} (m = 1, 2, \dots, M) \rightarrow \max \quad \dots\dots (8-2)$$

かつ

$$P \geq 1$$

水質管理：

$$D \equiv \max \left\{ \frac{C_{m \max}}{C_{md}} \right\} (m = 1, 2, \dots, M) \rightarrow \min \quad \dots (8-3)$$

かつ

$$D \leq 1$$

上記3式の評価は同一の基準地点に対して表現しているが、現実には、各目的によって地点も異っている。しかし、全評価地点の合計を $M$ とおき、不必要な地点の許容量を、0あるいは $\infty$ におくことによってその地点の評価は行われないことになり、結局、同一基準地点を対象にした制御解が得られることになる。

## (2) 目的の統合化

多目的最適化問題にはベクトル最適化手法とスカラー最適化手法があることは、すでに述べた。すなわち、第5章第3節では2目的での各手法を比較し、その特徴を明らかにした。3目的になっても同様の特徴があり、前者のベクトル最適化手法（本研究では、Constraint Method）は、目的間の相対評価を定めた後、各目的の上限値を定めてTCに相当するCurved Transformation Surface(CTS)を描かなければならない（図8-1参照）。CTSにおいて社会目標からの距離が最小になる点が最適解であり、

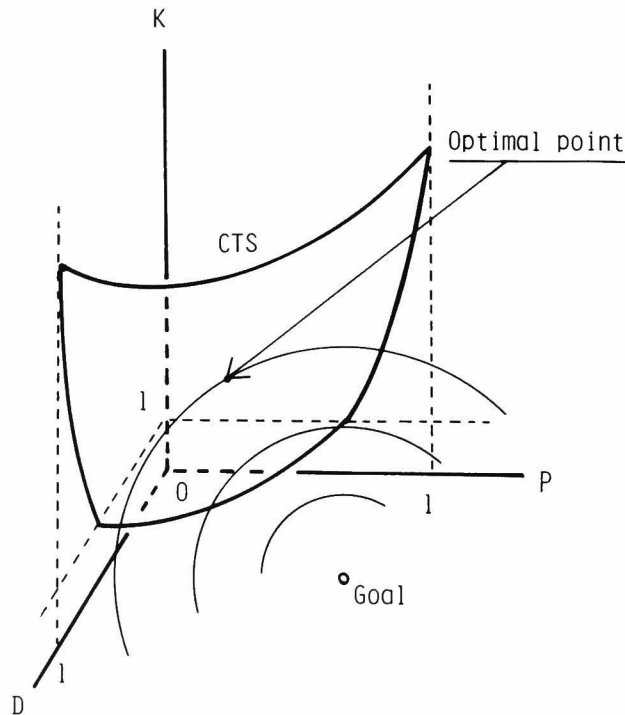


図8-1 高水・低水・濁質制御におけるCurved Transformation Surface(CTS)。



その時の放流方式が最適放流量系列である。目的間の制御特性が数値で示され、意志決定者の価値判断を取り入れることができ、極めて合理的な方法といえる。しかし、CTSを描く際に目的間の組み合わせに応じて最適制御が行われるので、多量の計算回数が必要とされる。一方、後者のスカラー最適化手法は目的の近似化や変換を通じて同一の基準で全目的を表わし、単一目的と同じ扱いをするもので、変換の方法によってはもとの目的を十分達成することはできないが、1回の計算で最適解が得られる利点がある。

本章では、ダム群の治水・利水を包含した長期間操作を対象としているので、ベクトル最適化の重要性は認めた上で、計算上の便宜さを考慮してスカラー最適化手法を用いることにする。変換方法としては、水質制御において提案した方法を利用し、相対評価を1と定義して、全ての目的を最大化に統合する。すなわち、全体目的を次式のように考える（図8-2参照）。

$$J \equiv \min \left\{ \frac{Q_{ml}}{Q_{md}}, \frac{Q_{md}}{Q_{mp}}, \frac{C_{md}}{C_{mmax}} \right\} \quad (m = 1, 2, \dots, M) \rightarrow \max \quad \dots\dots (8-4)$$

かつ

$$J \geq 1$$

また、低水の目的だけ逆数をとる変換方法も考えられるが、上式が危険側に変換しているのに対して、安全側に変換することになり、もとの目的値で評価すると計算結果より悪い制御となる場合がある。したがって、2目的を変換するという不都合は残るが、制御の安全性を考慮して、式（8-4）を制御目的とする。

### （3）長期間操作の定式化

治水あるいは利水時には、貯水池を画一的に分割した容量内でダム操作の定式化を行ってきた。両者を包含する長期間操作においては、全貯水池容量を用いて最適操作が実施される。だが、貯水池が長時間にわたって空や満杯の状態を継続するのは、ダム本体の安全性やリクリエーションなどの環境面からも望ましくない。したがって、各制御時点で適切な貯水量範囲の制約を与えるのは妥当であり、次のように表現できる。

$$S_{nmin}(t) \leq S_n(t) \leq S_{nmax}(t) \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad \dots\dots (8-5)$$

ここに、 $S_{nmin}(t)$ 、 $S_{nmax}(t)$  はダム  $n$  において時刻  $t$  での許容最小貯水量と許容最大貯水量である。また、計算時間単位は治水時が時間、利水時が日あるいは半旬であるから、貯水量の連続式も単位の変化を考慮して、

$$S_n(t) - S_n(t-1) = \Delta t (I_n(t) - O_n(t)) \quad \dots\dots (8-6)$$

と表現しなければならない。こうした制約条件をもとに評価関数として目的の近似化法を用いると、関数

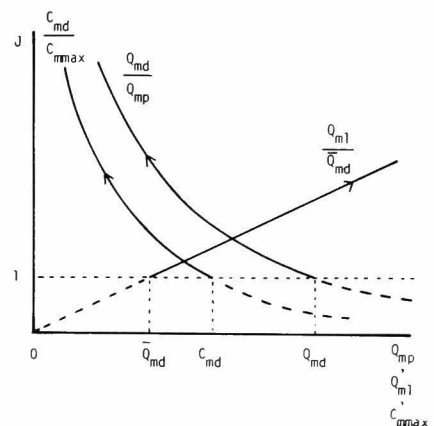


図8-2 統一化された高水・低水・濁質制御目的の最適化方向とその領域。

漸化式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 & f_t(S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t)) \\
 &= \max_{\{O_n(t)\}} \left[ \min_{(m=1, 2, \dots, M)} \left\{ \frac{Q_m(t)}{Q_{md}}, \frac{Q_{md}}{Q_m(t)}, \frac{C_{md}}{C_m(t)}, \{O_n(t)\} \right\} \right. \\
 & \quad \left. f_{t-1}(S_1(t) - \Delta t I_1(t) + \Delta t O_1(t), S_2(t) - \Delta t I_2(t) + \Delta t O_2(t), \right. \\
 & \quad \left. \dots, S_N(t) - \Delta t I_N(t) + \Delta t O_N(t) \right) \} \quad \dots\dots (8-7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_1(S_1(1), S_2(1), \dots, S_N(1)) = \min_{(m=1, 2, \dots, M)} \left\{ \frac{Q_m(1)}{Q_{md}}, \frac{Q_{md}}{Q_m(1)}, \frac{C_{md}}{C_m(1)} \right\} \\
 \dots\dots (8-8)
 \end{aligned}$$

### 第3節 ダム群の長期間操作手順

#### (1) 計算単位の整合性

治水・利水時におけるダムへの入力は時間的・量的に相違が大きく、同一単位で制御を行うことができない。制御の時間単位に関しては、式(8-6)の連続式を用いて、貯水量を常に絶対量で表わさなければならない。さもなければ、貯水量、貯水容量を時間単位 $\Delta t$ で除して、同一の入力単位に整合することになる。

次に、流量単位の取り方であるが、治水時には多量の流量を、利水時には些少の流量を制御対象にしている。DPでの決定変数は放流量であり、全期間にわたって同じボリュームで最適化を行うことは、計算上の問題だけでなく、実際のダム管理の上からも非効率的である。そこで、入力状態に応じて、高水、低水を指定し、それと同時に放流量単位および離散量としての貯水容量を変えることによって、より適切なダム操作解が得られることになる。

#### (2) 長期間操作手順

長期の制御期間には、図8-3に見られるごとく、いくつかの出水を含んでいる。全ての出水において治水制御を目的としたダム操作を行う必要はなく、比較的小規模の出水はより粗い時間単位の制御に含む

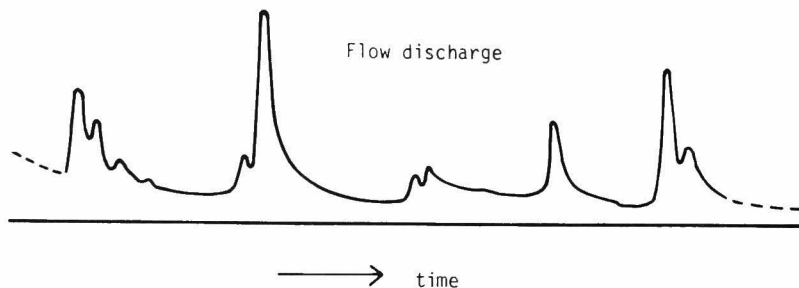


図8-3 高水・低水を含む長期間ハイドログラフ。

ことができる。その一つの指標が前章で設定した基準降雨量である。また、いくつもの出水を含む長期にわたる流入ハイドログラフと流入濁度分布が既知あるいは予測される場合には、貯水池容量をより有効に使うため、制御面からみた基準化も可能である。たとえば、ある出水を日平均流量におしなべて全体で利水制御をはかった結果と、出水に対しては時間平均流量による治水制御、それ以外は利水制御を行う、両者を含めた長期間操作の結果を比較して、システム全体としての目的関数値が変化しない場合である。いかえると、この場合には治水時にもダムの空容量に余裕があり、全出水量を貯留することができたのである。こうした小出水は利水制御に入れてしまい、真の大出水だけを治水制御の対象にすることによって、必要かつ効率的な長期間操作の入力分布が構成できる。ここに、利水制御に入れてしまう小出水は、全体の解に影響を及ぼさないものとして無影響出水と名付けるが、その分離基準には次のような方法が考えられる。

(i) まず、全期間を利水問題として、1日あるいは半旬単位で最適系列を求める。通年計算を行うとしても、半旬単位なら73期間ですみ、通常のDPによる最適化が可能である。こうして得られた式(8-4)に対応する目的関数値を $J^{all}$ としよう。

(ii) 出水と思われる期間をとり出し治水制御を行い、それ以外は利水制御とする。その際、仮の治水期間の初期貯水量および最終貯水量は、(i)の利水制御での相当する時点の貯水量を用いるか、あるいは、その前後の貯水量より内そうしなければならない。治水と利水を分離した制御で得られた目的関数値を $J^{high}$ で表わそう。

(iii) もし、 $J^{all} \leq J^{high}$ であれば、その出水は無影響出水として、次の出水を対象に(ii)へもどる。

(iv)  $J^{all} > J^{high}$ であれば、その出水に対するダム貯水池の治水制御効果は低く、全放流量系列の変化による改善を要求する。すなわち、治水・利水を包含した長期間操作の対象出水である。

(v) 対象としうる全出水に対して、利水時は、(i)での貯水量系列をとりながら出水ごとに治水制御を行ってゆき、各出水の評価値 $J^{high}$ を求め、出水の影響度による分類を行う。

(vi) 影響出水がなければ、利水制御より全体の制御目的値が得られたことになる。

(vii) 影響出水時は治水制御を、それ以外は利水制御を行う長期間操作によって、全システムの制御解を求め $J^{all}$ とする。

(viii) (vii)の場合には放流量系列が変化したのであるから、利水時の貯水量系列をおきかえて、再び(ii)へもどり、新たな影響出水が発生すれば、(v)～(vii)を繰り返す。発生しなければ、最適解に到達したとして計算を終了する。

以上の手順をまとめると、図8-4のようなフローチャートになる。多数のハイドログラフに対して本方法を適用した結果、無影響出水に基準値以上の降雨が多数含まれると、それは貯水池が利水操作に必要な以上の容量を持つことになり、施設の適切な容量の検証にもなる。また、1つの治水制御における制御期間をなるべく長く取ることによって、予備放流や洪水終了後の放流方式が明らかになり、実時間操作への活用も考えられる。

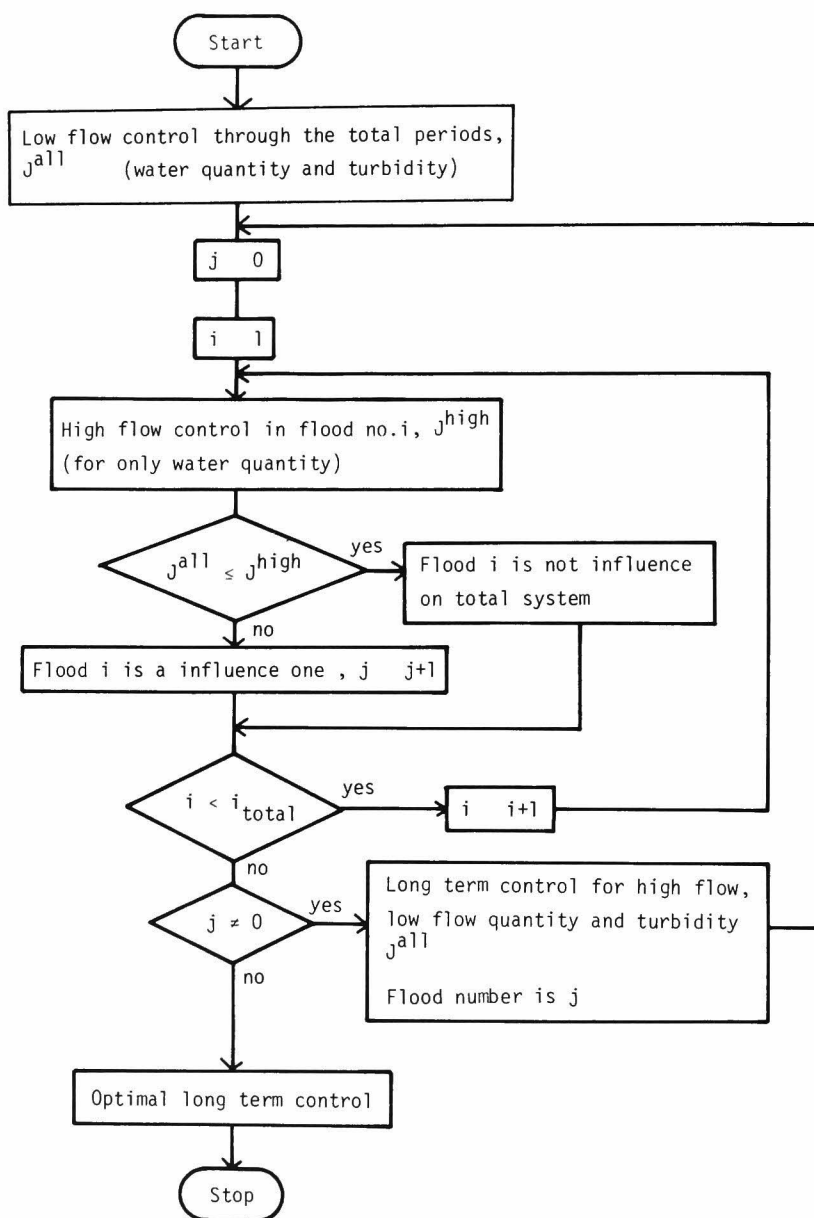


図 8-4 ダム群による長期間操作手順。

## 第4節 制御期間の分割と結合手法

DPの定式化を解くことによりダム群の最適放流量系列は求まるわけであるが、制御期間が長くなるにつれて、計算機上の諸問題が発生する。ダム群を空間的に分割して計算能力を高める方法については、既に種々の方法を提案してきたので、ここでは、制御期間を適当に分割し、各期間内で最適操作を行う時間的分割手法について考えよう。ただし、計算方法の概略説明には、単ダム・単評価地点系A-1型をとり上げ、図8-5のような入力分布と期間の分割が行われているとする。図中の第Ⅰおよび第Ⅲ期間では、利水制御、第Ⅱ期間では治水制御が行われる。

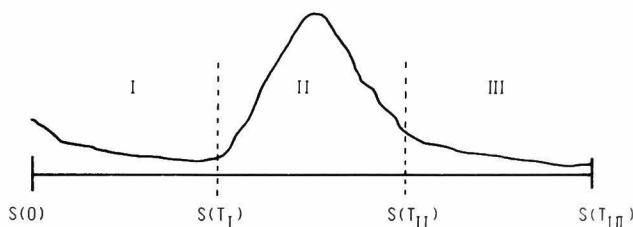


図8-5 流入ハイドログラフの分割例。

### (1) 2ステップDP法(2SDP)

DP計算においては、各時刻の貯水量(状態量)を格子点にとり、格子から格子への最適経路を求めてその経路を記憶している<sup>3)</sup>。したがって、ここが格子点数と期間数の増加とともに、記憶容量の問題につながるのである。そこで本方法は、全期間にわたる経路の記憶は行わず、必要時刻だけ記憶することによって最適解を得ようとするものである。すなわち、まず、第Ⅰ分割期間の最終時刻における全可能状態量 $S(t_2)$ に対してDP計算を行い、目的関数の各値 $f^I(S(T_I)|S(0))$ を格子点 $S(T_I)$ での評価値とし、それまでの最適系列は記憶しない。つづいて、各 $S(T_I)$ を初期値とし、第Ⅱ期間でDP計算を行い、目的関数値を $f^{II}(S(T_{II})|S(T_I))$ で表わす。ただし、 $f(\cdot|x)$ は $x$ を初期値とする値を示している。ここで、ある $S(T_{II})$ に到達する $S(T_I)$ の組み合わせより、最適な関数値および前の期間の状態量 $S(T_I)$ を決定する。第Ⅲ期間での最適経路は、やはり記憶されない。第Ⅲ期間でも同様に行われ、全制御後の最終貯水量が指定されると、各分割期間末期の貯水量が得られることになる(図8-6参照)。最後に、各期間毎にDP計算を行って、最適放流量系列を求める。以上の手順は、図8-7のようなフローチャートで示されるが、DPを2段階に分けて用いているので、“2ステップDP法”と名付ける。本方法は、全制御期間を通じてDPを行っていることに等しく、計算時間は2倍を要する。しかし、

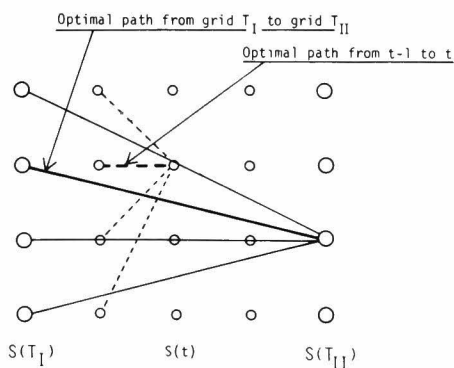


図8-6 2ステップDP法における格子点と最適経路の取り方。

記憶容量の減少、および評価関数形にとらわれずに一意的な解が得られる利点がある。

## (2) 非線形最適化手法の応用

制御後の目的関数値を、途中の分割点での貯水量で表わすと  $f(S(T_I), S(T_{II}))$  となり、これは  $(S(T_I), S(T_{II}))$  のいくつかの組み合わせの中で、制御目的を満たすものが最適解となることを意味している。いいかえると、 $S(T_I)$  と  $S(T_{II})$  を変数とした場合の解が最適値  $f(S(T_I), S(T_{II}))$  である。もちろん、貯水池内の濁質解析や評価関数の性質より、上記の解法は非線形最適化問題となる。こうした解法には、パターン探索法、最急降下法、ニュートン法および共役方向法など、多数の反復解法が開発されている。なかでも共役方向法は、目的関数の導関数を必要としないので、微分計算を避けたい場合には特に役に立つ。しかし、目的関数が2次関数に近いという特性や単峰性による解の収束を仮定しており、多目的のダム操作ではこうした仮定が保証されない場合もある。本項では、非線形最適化手法として最急降下法と共役法をとり上げ、その適用方法を明らかにする。

### (a) 最急降下法 (SADP)

詳しい理論展開は参考文献に譲り<sup>4)</sup>、以下では、貯水池操作への適用手順について述べる。最急降下法とは、局所的に最も急な目的関数の方向（降下方向）に沿って解の改善をはかっていく方法である。図8-5のように2つの変数より成り立つ場合には次のような計算手順になる。すなわち、

(i) スタート点として、初期値  $\mathbf{x}^0 = (S^0(T_I), S^0(T_{II}))$  を設定し、目的関数値  $f(S^0(T_I), S^0(T_{II}))$  を求める。

(ii) 各変数が微少変化したときの関数値を求める。各変化量を  $es_I, es_{II}$  とすると、関数値は

$$\mathbf{x}_1^0 = (S^0(T_I) + es_I, S^0(T_{II})) \quad \dots\dots (8-9)$$

$$\mathbf{x}_2^0 = (S^0(T_I), S^0(T_{II}) + es_{II}) \quad \dots\dots (8-10)$$

より  $f(\mathbf{x}_1^0), f(\mathbf{x}_2^0)$  となる。

(iii) 目的関数値の偏微分を次式で近似する。

$$\frac{\partial f(\mathbf{x}^0)}{\partial S(T_I)} = \frac{f(\mathbf{x}_1^0) - f(\mathbf{x}^0)}{es_I} \quad \dots\dots (8-11)$$

$$\frac{\partial f(\mathbf{x}^0)}{\partial S(T_{II})} = \frac{f(\mathbf{x}_2^0) - f(\mathbf{x}^0)}{es_{II}} \quad \dots\dots (8-12)$$

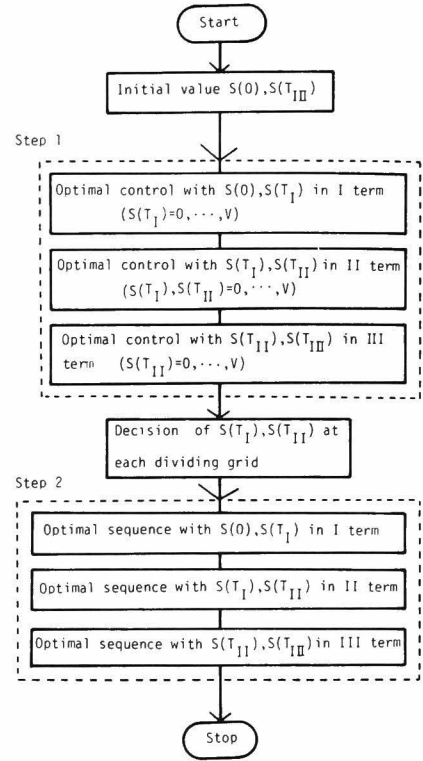


図8-7 2ステップDP法の計算手順。

(iv) 状態量の新しい移動点  $\mathbf{x}^1 = (S^1(T_I), S^1(T_{II}))$  は

$$S^1(T_I) = S^0(T_I) + \lambda^0 \cdot d_I^0 \quad \dots\dots (8-13)$$

$$S^1(T_{II}) = S^0(T_{II}) + \lambda^0 \cdot d_{II}^0 \quad \dots\dots (8-14)$$

より与えられる。ここに、 $d_I^0, d_{II}^0$  は、

$$d_I^0 = \frac{\partial f(\mathbf{x}^0)}{\partial S(T_I)} / \sqrt{\left(\frac{\partial f(\mathbf{x}^0)}{\partial S(T_I)}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(\mathbf{x}^0)}{\partial S(T_{II})}\right)^2}$$

$$d_{II}^0 = \frac{\partial f(\mathbf{x}^0)}{\partial S(T_{II})} / \sqrt{\left(\frac{\partial f(\mathbf{x}^0)}{\partial S(T_I)}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(\mathbf{x}^0)}{\partial S(T_{II})}\right)^2} \quad \dots\dots (8-15)$$

であり、 $\lambda^0$  は変数変化による最大の関数値向上

$$\max_{\{\lambda\}} [f(S^0(T_I) + \lambda d_I^0, S^0(T_{II}) + \lambda d_{II}^0)] \quad \dots\dots (8-16)$$

をはかる $\lambda$ 値である。

(v) 新しい移動点より、再び(i)~(iv)の作業を繰り返す、目的関数値の向上がある許容限界値 $\epsilon$ 内に入れば、

$$|f(S^0(T_I), S^0(T_{II})) - f(S^1(T_I), S^1(T_{II}))| < \epsilon \quad \dots\dots (8-17)$$

計算終了とするものである。

状態量が離散値であれば、新しい点 $(S^1(T_I), S^1(T_{II}))$ も離散量にとらなければならない、式(8-13)、(8-14)においてその近傍の値を近似値として用いることになる。収束の回数や判定条件に関しても明確な基準がなく、前もって適当に決めておく必要がある。

#### (b) 共役方向法 (CADP)

最適解の近傍では、目的関数値が2次関数で近似できると仮定して、共役方向法の適用をはかろう。その貯水池操作での計算手順は以下のようになる。

(i)  $i=0$  とおき、最初の改良の方向  $\mathbf{e}_I, \mathbf{e}_{II}$  を、それぞれ  $\mathbf{e}_I = (1, 0)$   $\mathbf{e}_{II} = (0, 1)$  ととる。スタートの初期値を、 $\mathbf{x}_i^0 = (S^0(T_I), S^0(T_{II}))$  として目的関数値を求める。

(ii)  $\max_{\{\lambda\}} f(\mathbf{x}_i^0 + \lambda \mathbf{e}_I)$  となる $\lambda$ を $\lambda^0$ で表わし、目的関数値を $J(\mathbf{x}_i^0 + \lambda^0 \mathbf{e}_I)$ とする。

(iii) 状態の移動ステップ  $\Delta \mathbf{x}_I^0$  は、

$$\Delta \mathbf{x}_I^0 = \lambda^0 \mathbf{e}_I \quad \dots\dots (8-18)$$

であるから、新しい状態は、

$$\mathbf{x}_i^1 = \mathbf{x}_i^0 + \Delta \mathbf{x}_I^0 \quad \dots\dots (8-19)$$

より得られ、その時の関数値  $f(\mathbf{x}^1)$  を求める。

(iv) (ii)~(iii)をくり返して、次の状態  $\mathbf{x}_i^2 = \mathbf{x}_i^0 + \Delta \mathbf{x}_{II}^0$  を求め、

$$|\mathbf{x}_i^2 - \mathbf{x}_i^0| < \varepsilon \quad \dots\dots (8-20)$$

ならば計算終了とする。

(V) 計算続行のときは、

$$\delta = \max_{\{j\}} \{J(\mathbf{x}_i^{j-1}) - J(\mathbf{x}_i^j)\}$$

となる  $j$  を求める。

(vi)  $J(2\mathbf{x}_i^2 - \mathbf{x}_i^0) \geq J(\mathbf{x}_i^0)$ , あるいは、

$$\begin{aligned} & \{J(\mathbf{x}_i^0) - 2J(\mathbf{x}_i^2) + J(2\mathbf{x}_i^2 - \mathbf{x}_i^0)\} \cdot \{J(\mathbf{x}_i^0) - J(2\mathbf{x}_i^2 - \mathbf{x}_i^0) - \delta\} \\ & \geq \frac{1}{2} \cdot \delta \cdot \{J(\mathbf{x}_i^0) - J(2\mathbf{x}_i^2 - \mathbf{x}_i^0)\}^2 \end{aligned}$$

なら、現在の方向  $\mathbf{e}_I^0, \mathbf{e}_{II}^0$  をそのまま使い、 $\mathbf{x}_{i+1}^0 = \mathbf{x}_i^0$  として(ii)へもどる。

(vii) さもなければ、 $\bar{\mathbf{e}} = \mathbf{x}_i^2 - \mathbf{x}_i^1$  とおき、 $J(\mathbf{x}_i^2 + \lambda \bar{\mathbf{e}})$  を最小にする  $\bar{\lambda}$  より、新しい状態、 $\mathbf{x}_{i+1}^0 = \mathbf{x}_i^2 + \bar{\lambda} \bar{\mathbf{e}}$  を求め、変数 (状態) 番号  $j$  の改良方向を  $\bar{\mathbf{e}}$  として(ii)へもどる。

共役方向法は、高々、 $i$  が変数の個数で収束することが保証されており、関数の微係数が不要であることと合わせると、極めて応用範囲の広い方法といえる。

### (3) 近似反復解法 (IMDP)

(2)で述べたような数理計画法による最適化手法ではなく、図8-8に示すように部分的な解を繰り返して求めることにより、全体的な最適解に接近させていく反復解法である<sup>5)</sup>。すなわち、制御期間を3分解する場合には、初期貯水量と第Ⅱ期の最終貯水量 ( $S(T_{II})$ ) を固定し、期間Ⅰ, Ⅱを通じてDP計算を行い、第1次近似系列および時刻  $T_I$  での第1次貯水量  $S^1(T_I)$  を求める。つぎに、この値を第Ⅱ期間の初期値として、第Ⅱ, 第Ⅲ期間を通してのDP計算を行い、時刻  $T_{II}$  での第1次貯水量  $S^1(T_{II})$  を求める。再び、 $S^1(T_{II})$  を第Ⅱ期間の最終貯水量として、第2次近似系列および第2次貯水量  $S^2(T_I)$  を決定する。この手順を繰り返し、 $(S^1(T_I), S^1(T_{II}))$ ,  $(S^2(T_I), S^2(T_{II}))$ , …… と求めて行き、目的関数値の向上がはかれなくなれば、計算終了である。本方法は、収束の保証はなく、最適解の近くでの系列の振動が予想されるが、DPの計算方法をそのまま用いることが可能であること、さらに長期間操作のように、洪水終了時点 (利水時の初期貯水量) が比較的与えやすい場合には、解の収束が早いなどの特徴をもっている。

以上、制御期間を分割して最適解を得るための解法をいくつか提案したが、(2), (3)で述べた方法は、多

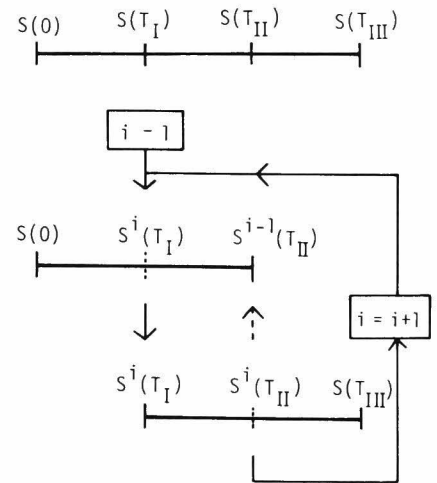


図8-8 近似反復解法の計算手順。



目的あるいは、濁質解析による非線形性を考えると、真の最適解に到達する保証がない。その対策として、予じめ適当な貯水量の組み合わせを数種類用意し、各々に対して目的関数値を求め、最大値を取る組み合わせを初期状態とする方法がある。確かに計算量は増加するが、局所解での収束を避けることができるので、逆に最適解が得られた後の解の検証にも用いることができよう。

#### (4) 結合手法の比較

ここでは、(1), (2), (3), で展開した各種結合方法を、計算回数、記憶容量および適用結果の比較によって考察しておく。

##### (a) 計算回数

単ダムでの DP による最適操作には、離散化された貯水容量を  $V$ 、制御期間を  $T$  とすると、一般に、 $(V+1) + (V+1)^2 \cdot (T-1)$  回の計算量を要している。ダムの総数が  $N$  のときの計算量  $IT_{DP}$  は、

$$IT_{DP} = \prod_{n=1}^N (V_n + 1) + (T-1) \cdot \prod_{n=1}^N (V_n + 1)^2 \quad \cdots \cdots (8-21)$$

となる。いま分割期間を  $L$  個、各期間の制御期間を  $T_\ell$  とすると、2 ステップ DP における計算量  $IT_{2SDP}$  は、

$$IT_{2SDP} = 2 \left\{ \prod_{n=1}^N (V_n + 1) + (T_1 + T_2 + \cdots + T_{L-1}) \cdot \prod_{n=1}^N (V_n + 1)^2 \right\} \quad \cdots \cdots (8-22)$$

となる。後述の比較に便利のように

$$T_1 = T_2 = \cdots = T_L = T \quad \cdots \cdots (8-23)$$

$$V_1 = V_2 = \cdots = V_N = V \quad \cdots \cdots (8-24)$$

とおけば、式 (8-22) は、

$$IT_{2SDP} = 2 \left\{ (V+1)^N + (T \cdot L - 1) \cdot (V+1)^{2N} \right\} \quad \cdots \cdots (8-25)$$

と表わすことができる。次に最急降下法の場合であるが、反復回数を  $W_x$ 、初期値を適当に与えることによって、式 (8-14) の  $\lambda^0$  の算出に  $V/2$  以下の計算量で済むとすれば、計算量  $IT_{SADP}$  は、

$$\begin{aligned} IT_{SADP} &\leq \sum_{\ell=1}^L \left\{ \prod_{n=1}^N (V_n + 1) + (T_\ell - 1) \cdot \prod_{n=1}^N (V_n + 1)^2 \right\} \cdot L \cdot \left( \frac{N \cdot L}{2} + \frac{V}{2} \right) \cdot W_x \\ &= \left\{ (V+1)^N + (T-1) \cdot (V+1)^{2N} \right\} \cdot L \cdot \frac{(N \cdot L + V) \cdot W_x}{2} \quad \cdots \cdots (8-26) \end{aligned}$$

となる。共役方向法での計算量  $IT_{CADP}$  は収束回数が分割点での変数以下におさまるとすると、

$$\begin{aligned} IT_{CADP} &\leq \sum_{\ell=1}^L \left\{ \prod_{n=1}^N (V_n + 1) + (T_\ell - 1) \cdot \prod_{n=1}^N (V_n + 1)^2 \right\} \cdot \frac{L^2 \cdot V \cdot N}{2} \\ &= \left\{ (V+1)^N + (T-1) \cdot (V+1)^{2N} \right\} \cdot \frac{L^2 \cdot V \cdot N}{2} \quad \cdots \cdots (8-27) \end{aligned}$$

となる。最後に、近似反復解法であるが、やはり収束回数を  $W_x$  回とすると計算量  $IT_{IMDP}$  は、

$$IT_{IMDP} \leq \sum_{l=1}^{L-1} \left\{ \prod_{n=1}^N (V_n + 1) + (T_l + T_{l+1} - 1) \cdot \prod_{n=1}^N (V_n + 1)^2 \cdot W_x \right. \\ \left. = \{(V+1)^N + (2T-1) \cdot (V+1)^{2N}\} \cdot (L-1) \cdot W_x \right. \quad \cdots \cdots (8-28)$$

となる。非線形最適化手法では、1 分割点だけの状態量を変えて他は固定のまま最適化が行われている。したがって、分割点が進むにつれて、それまでの系列は既に得られた解を用いることができる。式(8-26)、(8-27)の  $\frac{1}{2}$  はこうした計算量の減少を示している。各手法の計算量を比較するため、 $V=49$ ,  $T=20$ ,  $N=3$ ,  $W_x=5$  とおき、分割数  $L$  の関数として表わしたものが、図 8-9 である。各実線は近似的に、

$$IT_{2SDP} \doteq 2 \cdot (20 \cdot L - 1) \cdot 50^6 \quad \cdots \cdots (8-29)$$

$$IT_{SADP} \doteq 47.5 \cdot 50^6 \cdot L \cdot (3 \cdot L + 25) \quad \cdots \cdots (8-30)$$

$$IT_{CADP} \doteq 4189.5 \cdot 50^6 \cdot L^2 \quad \cdots \cdots (8-31)$$

$$IT_{IMDP} \doteq 195 \cdot 50^6 \cdot (L-1) \quad \cdots \cdots (8-32)$$

とした 図中の  $IT_{DP}$  は、もとの DP の式を解いた場合の計算量である。図より明らかなように計算量を比較すると、

$$IT_{DP} < IT_{2SDP} < IT_{IMDP} < IT_{SADP} < IT_{CADP} \quad \cdots \cdots (8-33)$$

となっている。ただし、近似反復解法では、反復回数が 20 に増加すると点線  $IT'_{IMDP}$  のようになる。また、共役方向法もあるステップの  $\lambda^0$  を決定する計算量を  $(V+1)$  としたが、状態量のとり方によっては、大幅な減少が可能になる。点線  $IT'_{CADP}$  は状態量を黄金分割法によって区切り、さらに離散化をはかった結果であり、約 1/3 の計算量で済む。近似反復解法においても、隣り合う 2 分割期間で制御を行うのではなく、3 期間以上をまとめて計算を行い、次の制御には最後の期間だけを重複させて計算を進めると、1 回の制御期間は長くなるが全体の計算量を節減することができよう(図 8-10 参照)。

#### (b) 記憶容量

DP の定式化をそのまま用いた場合の記憶容量は、(i)目

の関数用に  $\prod_{n=1}^N (V_n + 1) \cdot 2$  (ii)決定変数用に  $\prod_{n=1}^N (V_n + 1)$

$\cdot T$ , (iii)濁質の状態用に  $\prod_{n=1}^N (V_n + 1) \cdot 2$  (iv)放流量、貯

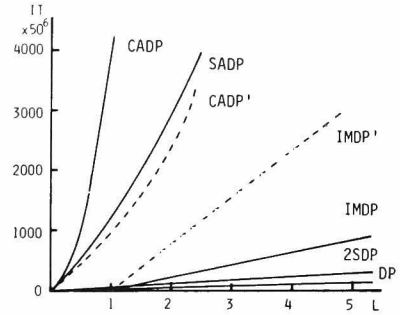


図 8-9 計算量からみた期間分割法の比較。

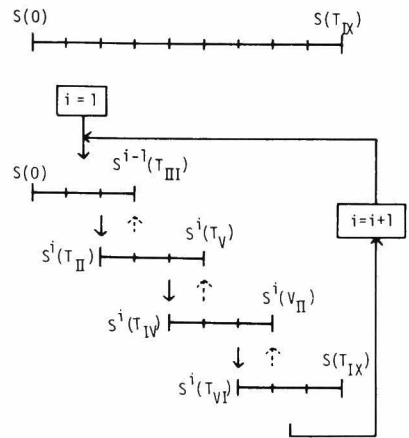


図 8-10 改良された近似反復解法の計算手順。

水量、濁質系列に、おのおの  $N \cdot T$  個が最小限必要である。したがって、計算回数と同様  $L$  個の分割が行われているとすると、総記憶容量  $ME_{DP}$  は、

$$ME_{DP} = 4 \cdot (V+1)^N + L \cdot T \cdot (V+1)^N + 3 \cdot L \cdot T \cdot N \quad \cdots \cdots (8-34)$$

となる。2ステップDPでは各期間内の容量のほかに、分割数に対応する状態量加わるから、総記憶容量  $ME_{2SDP}$  は、

$$\begin{aligned} ME_{2SDP} &= \prod_{n=1}^N (V_n+1) \cdot 4 + \prod_{n=1}^N (V_n+1) \cdot T + 3 \cdot N \cdot T + \prod_{n=1}^N (V_n+1) \cdot L \\ &= (V+1)^N \cdot (4+L+T) + 3 \cdot N \cdot T \quad \cdots \cdots (8-35) \end{aligned}$$

となる。最急降下法、共役方向法では1期間分だけを記憶すればよく、総容量  $ME_{SADP}$ 、 $ME_{CADP}$  はそれぞれ、次のようになる。

$$\begin{aligned} ME_{SADP} &= ME_{CADP} = \prod_{n=1}^N (V_n+1) \cdot 4 + \prod_{n=1}^N (V_n+1) \cdot T + 3 \cdot N \cdot T \\ &= (V+1)^N \cdot (4+T) + 3 \cdot N \cdot T \quad \cdots \cdots (8-36) \end{aligned}$$

近似反復解法は、1度に2分割期間にわたる制御を行うが、分割点の状態を示す変数を追加すれば、1期間分だけですみ、総容量  $ME_{IMDP}$  は、

$$\begin{aligned} ME_{IMDP} &= \prod_{n=1}^N (V_n+1) \cdot 4 + \prod_{n=1}^N (V_n+1) \cdot T + 3 \cdot N \cdot T + \prod_{n=1}^N (V_n+1) \\ &= (V+1)^N \cdot (5+T) + 3 \cdot N \cdot T \quad \cdots \cdots (8-37) \end{aligned}$$

となる。図8-11は、計算量の場合と同じ条件下での記憶容量を分割数の関数として示したもので、

$$ME_{CADP} = ME_{SADP} < ME_{IMDP} < ME_{2SDP} < ME_{DP} \quad \cdots \cdots (8-38)$$

となっている。同図より明らかなように、もとのDPには膨大な記憶容量が必要になることがわかる。縦軸のスケールが  $50^3$  と粗いために、非線形最適化手法による減少効果が十分表われていないが、京都大学大型計算機の記憶容量の上限値が通常ジョブで12万語であることから、その有効性が理解できよう。しかし、前述のように計算回数に関連した時間の問題があり、可能な範囲で分割数を少なく、1分割内での制御期間を長くすることが実用的であろう。

#### (c) 計算例による比較

単ダム・単評価地点系(A-1型)で各手法を適用し、その制御効果を比較しよう。ダムへの任意入力表8-1に示すとおりであり、支川流入は考えない。ダムでの貯水容量、治水許容流量、利水許容流量、濁質許容値は、全期間を通じて、それぞれ、35(×基本ユニット(3600  $m^3$ )), 100(×基本ユニット

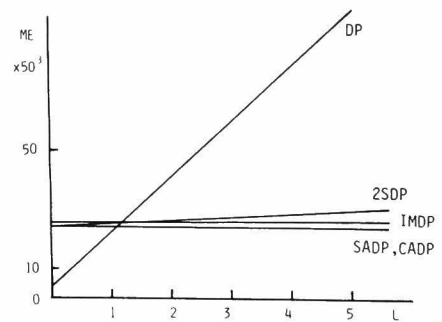


図8-11 記憶量からみた期間分割法の比較。

表 8-1 計算例における流入流量, 流入濁度。

t (hour)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
I(t)(m <sup>3</sup> /sec)	4.0	5.0	3.0	2.0	5.0	9.0	15.0	35.0	27.0	20.0	8.0	6.0	4.0	2.0	3.0
CI(t)(ppm)	7.0	11.0	13.0	6.6	4.0	15.0	25.0	30.0	22.0	14.0	7.0	4.0	3.0	2.0	3.0

( $m^3/sec$ )), 2 ( $\times$ 基本ユニット ( $m^3/sec$ )), 200 ( $\times$ 基本ユニット (ppm))とする。また, 期間分割は時刻 1~5, 6~10, 11~15, の3分割とし, 完全混合モデルを用いて濁質解析を行うことにする。図 8-12 は貯水量系列を, 図 8-13 は評価地点流量系列を, 図 8-14 は評価地点の流下濁度系列を表わしたものである。最急降下法においては, 貯水状態の初期値を (0, 0) とした場合と, (0, 6) からの2ケースで適用した。前者は, (0, 0) における目的関数の偏微分値が0となり, 全く解の改善が行われなまま計算終了となった。これは, 変数を離散量にしていること, あるいは制御効果が最悪値のみで評価され, 変数1単位の変化では目的関数値に影響が表われなかったからであろう。(0, 6)の組み合わせのように, 一たん最適化が始まると急速かつ少数の反復で収束している。分割点での最終貯水量は (0, 28) である。

共役方向法でも, やはり, 変数の離散化のため判定条件  $\epsilon$  を厳しくすると収束せず, 振動する場合もあった。判定条件を一定値に固定するのではなく, 式 (8-20) の  $|\mathbf{x}_i^2 - \mathbf{x}_i^0|$  の減少が進まなくなった時点用最適解とする柔軟性も必要である。また, 本計算例では  $\lambda^0$  を決定する際に最適化の範囲を,  $[-5, 5]$  と制限したが, 最急降下法と同様少数 (5回) の反復で収束しており, 最終貯水量は (0, 33) である。

一方, 近似反復解法においても2回のDP計算で収束して, 最終貯水量は (0, 34) であった。計算量が少ないのは, 貯水容量に余裕のあったこともあげられるが, 入力分布に即応した変数の変化を表わしており, 計算方法の簡便さと合わせてその有効性が理解できよう。

なお, 図からも明らかなように, 2ステップDPの

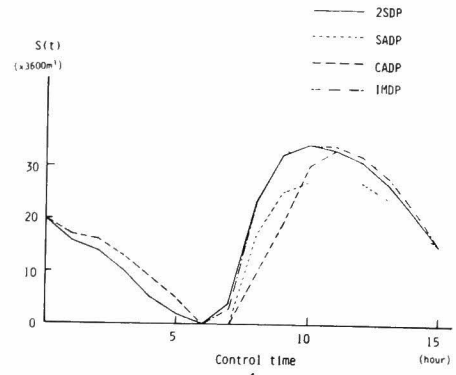


図 8-12 制御特性からみた期間分割法の比較, 貯水量系列。

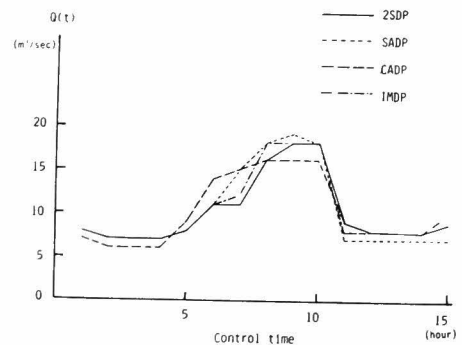


図 8-13 制御特性からみた期間分割法の比較, 評価地点流量系列。

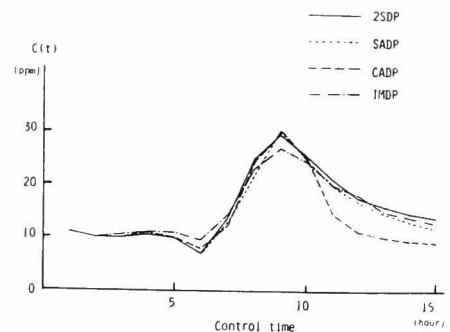


図 8-14 制御特性からみた期間分割法の比較, 濁度系列。

結果を最適系列とすれば、各手法における制御結果は、若干異なっている。しかし、評価値はいずれも低水時と同じ値 3.5 を示している。このことは、最適解には多数の系列が存在することを意味し、収束判定条件によって異なる系列となったのであろう。もし、解の一意性が保証される評価関数（たとえば被害額の合計）であれば、同一の結果が得られるはずである。

以上のように、簡単な例からではあるが、各手法における最適解への接近は十分信頼することができた。したがって、長期間操作に適用するには、計算上の条件と分割点での変数の特徴に応じて用いる手法を決めればよいであろう。

## 第5節 適用と考察

ダム貯水池による長期間操作の適用例として、流入量に関して、日単位の長期情報だけでなく、時間単位の短期情報も豊富に整っている青蓮寺ダムを取り上げよう。同ダムの完成後、渇水、あるいは越流といった異常事態は発生していないので、特定の期間を用いず、雨季から乾季にまたがる適当な期間を制御対象とする。

### (1) 適用条件

制御系はダム直下の名張を評価地点とする A-1 型とし、制御期間は、1974 年の 7 月 7 日から 10 月 31 日までの約 4 ヶ月である。許容量は、治水時は  $300 \text{ m}^3/\text{sec}$ 、利水時は  $2 \text{ m}^3/\text{sec}$ 、濁度は  $50 \text{ ppm}$  とする。また、貯水容量は、利水時には予備貯留を設けて  $8.64 \times 10^6 \sim 19.1 \times 10^6 \text{ m}^3$  の範囲とし、治水時には洪水調節容量だけでなく、利水容量もオーバーラップして用い  $10.0 \times 10^6 \sim 23.8 \times 10^6 \text{ m}^3$  を治水容量とした。貯水池内の濁質解析には、計算時間と放流形式の容易さより完全混合モデルを用いる。濁質入力には観測データがないので、高棹らによる早明浦ダムでの解析結果<sup>6)</sup>より、濁度と流量の関係がほぼ  $CI(t) = \sqrt{I(t)}$  で表わされることより逆算することにした。貯水池の初期、最終貯水量および初期濁度はそれぞれ  $15.4 \times 10^6 \text{ m}^3$ 、 $13.6 \times 10^6 \text{ m}^3$ 、 $7.5 \text{ ppm}$  を与えた。計算に際しては、きめの細かい制御結果を得るために、利水時は単位時間に日、放流量単位に  $\text{m}^3/\text{sec}$  を、治水時は単位時間に時間、放流量単位に  $\text{m}^3/\text{sec}$  を用い、状態量の節減化には第 3 章で述べた DDDP を適用して最適化をはかった。

### (2) 適用と考察

図 8-15 は、制御期間内における降雨状態と式 (8-4) を目的とした制御後の貯水量、評価地点流量、濁度系列である。出水が 7 月 10 日、7 月 23 日、8 月 28 日、9 月 2 日、10 月 3 日、に生じているが、最後の出水は時間単位でみると、ピーク流量、総流出量とも比較的少ない。したがって、日単位の制御で平滑可能な無影響出水とみなし、前 4 出水を治水制御の対象として長期間操作を行うことにする。出水 1 は 7 月 9 日 19 時から 10 日 23 時まで、出水 2 は 7 月 23 日 2 時から 23 日 19 時まで、出水 3 は 8 月 28 日 2 時から 28 日 13 時まで、出水 4 は 9 月 2 日 7 時から 3 日 12 時を制御期間とした。治水時の初期および最終貯水量は、図 8-16 に示すように治水時以外は日平均流量が流入するとして貯水量を算定した。全期間を日単位とした場合の目的関数値は、低水時に現われ  $J^{all} = 3.0$  であり、各出水での関数値は、最悪値でも出水 1 の  $J^{high} = 4.61$  であった。結局、低水による制御値が全期間の関数値を支配し、全て無影響出水となり、両者を結合したのが長期間にわたる最適操作といえる。

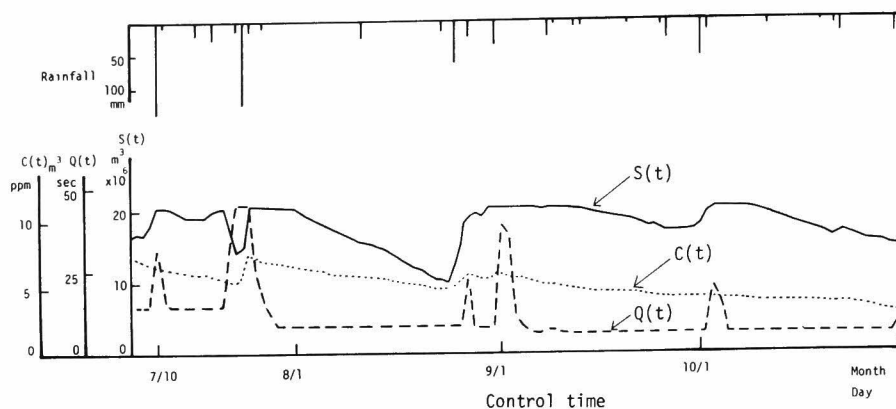


図 8-15 長期間操作の適用例 I。

次に、低水の許容値を  $0.95 \text{ m}^3/\text{sec}$  に変えて制御を行った結果が図 8-17 である。同図の細点は日単位での制御系列であり、目的関数値は低水時の 6.32 であった。一方、出水時における目的関数値は 4.61 と悪化し、治水・利水を含む長期間最適操作が必要となる。同図における太線は、全出水を対象にした共役方向法による制御結果である。全体の目的関数値は、6.32 と向上し統合操作の効果が現われているが、最低流量は評価値を変える前と同じである。これは 9 月以降はいかなる制御をしても、 $7 \text{ m}^3/\text{sec}$  を確保するのが限界となるからである。本結果には濁度の影響は少なく、かえって高濃度を放出している。流量に関してはかなりの変動があり、ピーク流量のてい減など分割期間内での平滑化が著しい。図 8-18～21 は、各出

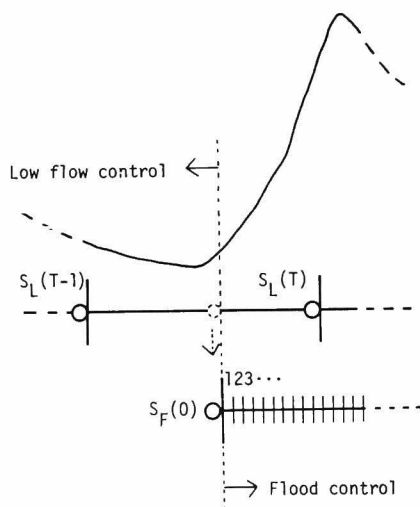


図 8-16 治水時における初期貯水量のとり方。

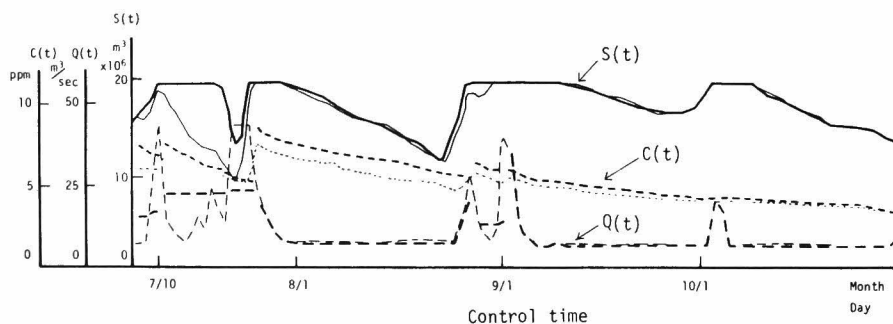


図 8-17 長期間操作の適用例 II，評価基準を変えた場合。

水での制御系列である。図中の点線は統合操作を行う前の初期，最終値を用いての結果であり，実線は統合操作の結果である。ダム貯水量に十分なゆとりがあり，完全な平滑流量となっている。しかも，初期，最終値のとり方を変えることによって大巾な流量の低下をはかることができる。さらに，図中の一点鎖線は統合操作前の貯水量系列に対し，制御期間を長くした場合の結果である。どの出水に関しても流量の低下をもたらし，評価値は6.59と統合操作の必要性を認めていない。これは，予備放流によって貯水池水位を下げておくことと長期間の統合操作と同じ程度の制御が期待でき，予備放流の重要性がわかる。ただ，予備放流の期間を長くすることは，時間単位の操作を長期間続けることにほかならず，計算の実行上，おのずと適用限界があろう。

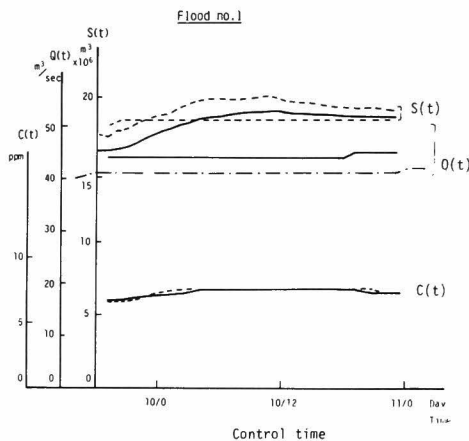


図 8-18 長期間操作の適用例Ⅱ，出水No. 1。

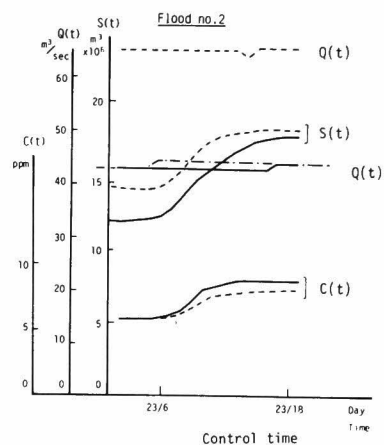


図 8-19 長期間操作の適用例Ⅱ，出水No. 2。

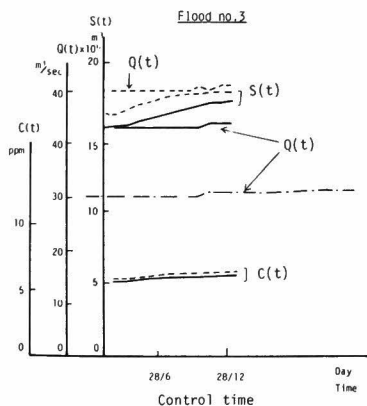


図 8-20 長期間操作の適用例Ⅱ，出水No. 3。

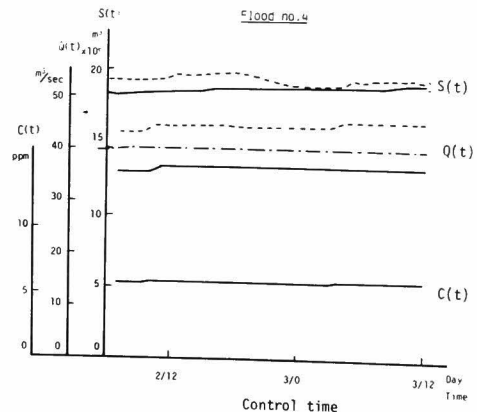


図 8-21 長期間操作の適用例Ⅱ，出水No. 4。

## 第6節 結 語

本章では、水資源の有効利用をはかるために、治水・利水を包含した長期間操作手順を明らかにし、その計算手法を考察した。既知入力を対象に適用を進めたが、第6、7章、で提案した実時間の入力予測を併用することによって、多目的での長期間操作も可能である。ここで得られた成果をまとめると、以下のようになる。

- (i) 治水・利水における各目的の相対評価を同一とし、スカラー最適化手法を用いて定式化を行った。
- (ii) 出水を影響出水と無影響出水に分ける長期間操作手順を明らかにし、全期間で制御目的が満足できるようになった。
- (iii) 貯水池の連続式を時間に関する積分形で表現し、治水・利水における制御単位の相違による貯水量の不整合性を解消した。
- (iv) DPによる長期間最適化において、DPの段階的利用法、非線形最適化手法の応用、近似反復解法など4種の方法を提案するとともに、各方法の計算上の特性を比較した。
- (v) 適用の結果、予備放流を行った場合と最終的に同一の評価値が得られ、本手順の有効性が確認された。

なお、本統合操作と降雨 — 流出 — 濁質解析のシミュレーション法を結合することによって、流量平滑化をはかったうえで、最小限必要な貯水容量を得ることができる。たとえば、適用時の青蓮寺ダムでは、約  $12.8 \times 10^6 \text{ m}^3$  の容量で治水・利水を制御できることになり、治水・利水容量を画一的に確保した総容量  $23.8 \times 10^6 \text{ m}^3$  よりかなり小さくなっている。さらに、第4章で検討したダム群の大規模操作法を適用すると、建設費用の減少ならびに長期的水管理をふまえたダム群最適配置を決定することができよう。

## 参 考 文 献

- 1) 望月邦夫：ダム建設その他の水資源対策，「水問題とその対策」，日本ダム協会，1974，pp. 36—42.
- 2) Haimes, Y.Y.: Multiobjective Analysis in the Maumee River Basin: A Case Study on Level-B Planning, Report No. SED-WRG-77-1, Case Western Reserve Univ., 1977.
- 3) Fults, D.M. and Hancock, L.F.: Optimum Operations Model for Shasta-Trinity System, Jour. of Hydraulics Division, Proc. of ASCE, 1972, pp. 1497—1514.
- 4) たとえば，Jacoby, S.L.S., Kowalic, J.S. and Pizzo, J.T. 原著，関根智明訳：非線形最適化問題の反復解法，培風館，1976.
- 5) 高棹琢馬，池淵周一，小尻利治：水量制御からみたダム群のシステム設計に関するDP論的研究，土木学会論文報告集，No 241，1975，pp. 39—50.
- 6) 高棹琢馬，小尻利治，阿佐美一郎：水量・濁質制御を目的としたダム貯水池群の実時間操作，土木学会第34回年次学術講演会講演概要集，第Ⅱ部，1979，pp. 61—62.



## 第9章 結 論

以上、著者は本論文において、治水・利水を包含した水資源計画、および管理問題とくに洪水被害の軽減・防止をはかるため、さらには、河川表流水の高度利用をはかるためのダム群最適操作方式を考究した。以下に、これらの研究成果を要約して結論としよう。

序論においては、水資源問題におけるダム貯水池の意義を述べるとともに、最適操作をシステム論的にとらえ、その基本要素を用いて本研究の目的と内容を明らかにした。すなわち、(i) 水量から水質を含む多目的化の目的軸、(ii) 単ダム・単評価地点系から複数ダム・複数評価地点系へ拡大するシステム軸、(iii) 既知入力による計画操作および入力推定を行う実時間操作を表わす入力軸、を持つ空間座標を用いてダム操作の研究と発展方向を説明した。

第2章では、水量制御におけるダム操作の定式化を行い最適放流方式を考察した。すなわち、DP理論を導入してダム操作の最適化を明らかにするとともに、水量制御の目的およびそれを達成する最適評価関数の提案ならびに特性について述べた。

第3章では、最適化を実行するときの諸問題をとらえ、その解決をはかった。具体的には、次のようである。すなわち、最適評価関数の指数関数的表現に対しては、制御目的をそのまま評価関数とする目的関数の近似化や、評価を安全率の合計とする評価関数の近似化を行った。計算機内の記憶容量の問題に対しては、単ダムへの置き換えによる次元の節減化、あるいはDDDPや逐次近似解法を用いて状態量の減少化をはかった。さらに、任意流況に各手法を適用して、その有効性を確認した。かくして、ダム貯水池による水量制御は、複数個のダムで同時に制御目的を満たす最適解が得られるようになった。

第4章では、第3章のシステムをさらに拡張した水系全体の大規模システムの最適操作を考察した。とくに、河道流下機構による流量の平滑能力を重視し、線形応答関数と貯留関数法を導入した定式化を行った。また、分解原理による全システムの最適化と、降雨シミュレーション法との結合による制御効果からみたシステムの分割化基準を提案した。これは、増加の一途をたどるダム群統合管理のあり方を示したもので、現実の管理・運営上、極めて重要な指標となるであろう。

ところで、これら基礎的計算手法は、次のようにしてシステム設計に応用されよう。まず、治水計画においては、ダムの治水容量および防災地区の許容流量の決定が重要である。そこで、多くのシミュレートされた流入ハイドログラフに対して本最適化法を適用すると、ダムの位置、規模ならびに許容流量を変化させて、各洪水パターンにおける評価地点の安全度や、治水目的 $K \leq 1$ を保つ容量および許容流量を求めることができる。また、洪水発生確率年を限定すれば、それに対する最適なダム群の配置・規模を決定でき、さらに、この許容流量をもとに河川改修を行うことができるので、確率的な基準をもつダム貯水池、河道両者を含む治水計画がたてられよう。

一方、利水計画においては確保流量 $\bar{Q}_{md}$ を増加させていくと利水目的の指標 $P$ が $P < 1$ となる $\bar{Q}_{md}$ が現われ、この場合、どんな操作を行ってもどこかの評価地点で需要量を確保できなくなる。そこで $P \geq 1$ で

の最大の確保流量を  $\bar{Q}_{md}^*$  とすれば、 $\bar{Q}_{md}^*$  は利水計画上の河川表流水のもつ限界供給量と定義されよう。したがって、多年にわたる流入ハイドログラフに対して、各年、各評価地点における限界供給量を算定すると、河川表流水のもつ水資源を定量的に表現することも可能であろう。

ついで第5章では、水量に加えて水質（濁質）の多目的操作を行った。すなわち、相反する方向と領域をもつ制御目的に対して、社会目標への接近をはかるベクトル最適化手法と、同一領域、同一方向への変換を行った後のスカラー最適化手法による多目的操作を定式化するとともに、両者の計算結果を比較した。前者からは社会的満足度や多目的指数が得られ、ダム操作に用いるべき目的の決定やそれらを考慮した放流量系列が求められた。一方、後者は計算回数が少なく、ゲート（取水口）条件を組み入れた、より精度の高い1次元モデルによる濁質評価を最適化問題に導入することを可能にした。早明浦ダムでの適用結果によると、取水口位置を固定した場合に比べ、出水後5～7日は中間取水を行い、その後、表層取水へ切り換える効果が明らかになり、従来より言われていた取水口位置の変化を定性的に表わすことができた。また、取水方式に対しても、取水口の位置や取水量の変化だけでなく、同時に複数個の取水口を作動させることによって、一層、制御効果を上げることができ、ダム計画の新たな情報を提供した。

第6章では、システム設計後の管理問題、とくにダム貯水池の実時間操作問題を取り扱い、台風時の降雨一流出予測にともなう治水制御を行った。すなわち、台風の数値予報、および、それがもたらす降雨量の統計的特性を乱数によるシミュレーション技術によって発生させ、多数の仮想進路とそれにとまなうハイドログラフを入力とした制御結果より、ある超過確率を定めて放流量の決定を行った。その結果、ダム管理者の経験的判断から、一歩進んだ安全率が明確にされた制御方式が可能になり、普遍的かつ合理的な治水制御の基本方針が提案できた。さらに、洪水ハイドログラフの特性を生かした図式的放流方式を提案し、ミニコンピュータでのプログラム化を高めて、本理論の実用化を促進した。ただ、前期降雨の分離や梅雨性降雨など、その物理機構や統計的性格が十分に把握しきれない場合は、超過確率のとり方によって人工洪水を引き起こすことも予想され、今後、検討しなければならない。

第7章では、低水管理・濁質軽減を目的とした、利水時の実時間操作を考察した。すなわち、無降雨時の制御期間の設定、降雨による水補給と季節における水需要の変化を考慮した長期的展望に立った操作である。各利水時には、フィルタリング理論の導入による流量・濁質予測を行い、ダムによる最適操作の入力とした。小出水は利水時の外乱としたため、十分な精度での予測に致らなかったが、1ステップごとに修正されていく入力とダム操作によって、制御後の評価地点流量の平滑化や濁質の軽減はかなり達成された。

第8章では、利水操作と治水操作の統合化をはかる意味で、長期間最適操作手順を構成した。計算単位の変化による流量や貯水量の整合性を保った計算法を採用するとともに、ダム容量を治水、利水で画一的に分割することの不合理性を実ダムでの適用結果を通して明らかにした。その結果、治水・利水を包含した真に必要な貯水池容量が求められ、従来の地形・地質・社会条件による容量決定に対し、操作面を考慮した決定法の重要性を提唱できた。さらに、第6章、7章の入力予測法を適用することによって、利水から治水までの連続した実時間操作が可能になるものと確信する。

以上、ダム操作システムの構成を行なったが、水資源計画およびその管理問題からすれば、まだまだ、

多くの河川管理施設がある。導水路や地下ダム、ため池の利用もその一手法であろう。本研究でのシステム最適操作は、操作対象をかえれば、単にダムにとどまらず、上記施設へも広く応用できる。また、より充実した情報網の整備や処理技術の発展につれて、本理論の実用化が進むであろう。ここに、今後の洪水防御、水資源開発への寄与を確信して結びとしたい。

最後に、本研究を進めるにあたって、常に適切な助言をいただいた故京都大学名誉教授石原藤次郎先生に衷心より追悼の意をささげるとともに、終始御指導御鞭撻をいただいた京都大学工学部高棹琢馬教授、京都大学防災研究所池淵周一教授に深く感謝する次第である。

また、本論文の作製にあたって、御助力をいただいた京都大学工学部椎葉充晴助手ならびに京都大学工学部土木工学教室水工計画学研究室の諸兄に厚く謝意を表する。



正 誤 表

頁	行	誤	正
13	5 式(2-23)	$=ab \{ \cdot \}$	$=a \cdot b \{ \cdot \}$
33	図4-1	Safty	Safety
58	9	定式化される。	定式化される。ただし、貯水池内濁質も状態量となるが、以下では省略して表現しておく。
64	下11 式(5-21)	$=\max \{ \cdot \}$	$=\min \{ \cdot \}$
75	図6-1	the records tf	the records of
93	図6-14	(d) 出水マースIV	(d) 出水ケースIV
99	下1	無効雨期間	無降雨期間
127	下4 式(8-26)	$\}L \cdot$	$\} \cdot L \cdot$

